



Via Po, 53 – 10124 Torino (Italy)
Tel. (+39) 011 6702704 - Fax (+39) 011 6702762
URL: <http://www.de.unito.it>

WORKING PAPER SERIES

**L'agente che rappresenta se stesso:
economia, matematica ed eterogeneità**

Roberta Patalano

Dipartimento di Economia "S. Cagnetti de Martiis"
Centro di Studi sulla Storia e i Metodi dell'Economia Politica
"Claudio Napoleoni"
(CESMEP)

Working paper No. 08/2004



Università di Torino

L'AGENTE CHE RAPPRESENTA SE STESSO: ECONOMIA, MATEMATICA ED ETEROGENEITA'

di

Roberta Patalano*

ABSTRACT¹

Il primo obiettivo di questo lavoro è una ricostruzione delle opinioni di Boulding e Samuelson sul ruolo della matematica in economia. Approfondiremo a tal fine le argomentazioni presentate da Boulding (1948) in occasione della recensione alle *Foundations of Economic Analysis*, e la posizione espressa da Samuelson (1952) alcuni anni dopo, nell'ambito di un più ampio dibattito sviluppatosi sul tema. Verranno poi evidenziati i risultati recentemente proposti dalla letteratura economica che rendono a nostro avviso il tema ancora attuale e ne sollecitano una revisione critica.

Con l'intento di procedere in quest'ultima direzione, argomenteremo che il protagonista della teoria economica presenta caratteristiche di eterogeneità strutturale rilevanti per la sua stessa "identità". Tale eterogeneità trae origine in parte dalla natura ontogenetica e filogenetica dei processi percettivi, pionieristicamente illustrata da Hayek, ed in parte dall'esistenza di formati non proposizionali per la rappresentazione della conoscenza, le immagini mentali. In accordo con questa prospettiva e contrariamente a quanto espresso dalla metafora dell'agente rappresentativo, l'eterogeneità caratterizza gli individui che compongono il mercato e ne influenza il comportamento. Un problema per la teoria è dunque come "tenerne conto", come cioè rappresentare in termini teorici le specificità individuali senza perdere il proprio necessario carattere di oggettività. A nostro avviso risulta a tal fine significativa un'analisi del comportamento economico strutturata su più livelli; gli strumenti matematici, pur essendo fondamentali ad uno specifico stadio dell'analisi che proveremo a caratterizzare esplicitamente, non sono tuttavia esaustivi a livelli successivi.

* Università di Roma "La Sapienza", Dipartimento di Economia Pubblica; *Cognitive Economics Laboratory*, Università del Piemonte Orientale.

¹Si ringraziano Claudio De Vincenti e Salvatore Rizzello per i significativi commenti ad una versione provvisoria del lavoro.

1. I TEMI DEL DIBATTITO

1.1 La matematica secondo Samuelson (1947; 1952)

Le *Foundations of Economic Analysis* (1947) furono pubblicate dopo un periodo di lunga gestazione, alcune parti erano infatti state completate integralmente già nel '37 (Backhouse 1990), nel vivo del dibattito sulla metodologia dell'analisi economica.

Negli anni Trenta tre principali trattati avevano contribuito a ravvivare tale dibattito: *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science*, di Lionel Robbins (1932), *Epistemological Problems of Economics*, di Ludwig von Mises (1933), *On the Significance and Basic Postulates of Economic Theory*, di Terence Hutchison (1938). Secondo Robbins, la scienza economica non si occupa di tipologie di comportamento bensì di un aspetto specifico del comportamento in se stesso²; l'obiettivo dell'economista consiste nell'elaborazione di previsioni eminentemente qualitative, e non quantitative, sull'azione umana i cui scopi non appartengono tuttavia al terreno d'indagine dell'economista. Il comportamento economico è caratterizzato da razionalità, per quanto questa non costituisca una "verità a priori" (Backhouse 1990) come invece sosterrà Mises (1933). Quest'ultimo identifica l'oggetto della sua opera con le leggi universalmente valide dell'azione umana, non esclusivamente economica³. In contrasto con l'opinione espressa alcuni anni addietro da J. N. Keynes⁴ (1891), la nostra conoscenza in proposito non deriva dall'osservazione empirica, ma precede l'esperienza ed è ottenuta grazie all'introspezione⁵. Mises rifiuta inoltre l'induzione quale base del ragionamento teorico, affermando che solo la teoria può aiutare il ricercatore a capire cosa siano "i fatti". Di opinione ulteriormente divergente è Hutchison (1938), che individua nel ricorso alla verifica empirica il discriminante tra attività "scientifica" e attività "filosofica": "Proprio questa accettazione della verifica delle proposizioni in base a criteri definiti, costituisce la base di quel lento e frammentario emergere del consenso e del progresso della "scienza", nonché della sua crescita cumulativa, internazionale, impersonale, che può venire paragonata all'accrescimento di un banco di coralli" (Hutchison 1938, citato in Backhouse 1990, p.292).

Accanto al dibattito metodologico, nella seconda metà degli anni Trenta vengono pubblicate due opere fondamentali per gli sviluppi successivi dell'economia, la *General Theory* di Keynes (1936) e *Value and*

² Da qui la sua celebre definizione: "L'economia è la scienza che studia il comportamento umano come una relazione tra fini e mezzi scarsi, suscettibili di impieghi alternativi" (Robbins 1932, citato in Backhouse 1990).

³ "La scienza dell'azione umana si sforza di ottenere una conoscenza universalmente valida e costituisce il sistema teorico la cui branca più elaborata è rappresentata dall'economia" (Mises 1932, citato in Backhouse 1990).

⁴ "*Scope and Method of Political Economy* di John Neville Keynes (1891) è l'opera più importante sul metodo pubblicata in Gran Bretagna alla fine dell'Ottocento" (Backhouse 1990, p.282). In tale opera, l'autore rifiutava la possibilità di identificare un approccio metodologico unico, applicabile a qualsiasi problema economico ed auspicava l'individuazione di metodi differenziati. Riteneva inoltre che il fondamento dell'attività scientifica fosse costituito dall'osservazione empirica e dal ragionamento induttivo prodotto sulla base di quest'ultima.

⁵ "Ciò che sappiamo a proposito delle categorie fondamentali dell'azione –l'agire, l'economizzare, il preferire, la relazione tra mezzi e fini...- non deriva dall'esperienza. Concepiamo tutto ciò dall'interno, proprio come concepiamo le verità logiche e matematiche, a priori, senza alcun riferimento all'esperienza" (Mises 1932, citato in Backhouse 1990).

Capital di Hicks (1939), che da un lato consentono alla macroeconomia di emergere come branca specifica della scienza economica (Backhouse 1990), dall'altro indirizzano i teorici verso la ricerca di maggiore sistematicità ed astrazione: l'approccio allo studio dei fenomeni diviene più generale e, ove possibile, più formale.

In linea con questo clima storico-culturale, obiettivo esplicitato nell'introduzione alle *Foundations* è la ricerca di una struttura teorica generale in grado di trattare i processi di produzione, consumo, commercio tramite un approccio analitico-formale unico. Questa ricerca si basa sull'ipotesi che la matematica costituisca un mezzo espressivo di potenzialità e ricchezza tali da risultare adatto a soddisfare l'esigenza della generalità. Samuelson è in particolare convinto dell'esistenza di un isomorfismo pressochè completo tra prosa e linguaggio simbolico, benchè non sia chiaro se egli pensi ad un'equivalenza di tipo sintattico o anche semantico⁶. Da un lato infatti ritiene che tutte le proposizioni economiche espresse "a parole" possano essere tradotte in espressioni matematiche e viceversa preservando i relativi significati⁷; al limite è la matematica a risultare più ricca ("*superior*") ed eventualmente intraducibile (1947, p.59). In altri punti parla invece solo di "*logical equivalence*" (1947, p.60) tra i due mezzi espressivi.

Una volta postulata l'equivalenza, egli tuttavia si chiede se esistano condizioni alle quali un linguaggio si mostri più adatto ("*convenient*") di altri⁸. L'idea che la matematica sia inappropriata a trattare l'essenza dei fenomeni non gli appare come un limite bensì come un cospicuo vantaggio, giudicando egli stesso un pseudo-problema l'interesse per "l'essenza" in termini qualitativi (1952, p.63). Questo disinteresse non è confinato soltanto a definiti campi del sapere, in quanto per Samuelson tutte le discipline scientifiche perseguono il medesimo obiettivo e non è possibile distinguere a tale proposito, oltre che sotto il profilo del metodo, le scienze esatte da quelle sociali⁹.

Appena trentaduenne, Samuelson capovolge dunque l'opinione di Marshall sul ruolo della matematica in economia¹⁰ e sul piano metodologico esplicita l'esigenza di elaborare teoremi significativi dal punto di vista "operazionale", ovvero vagliabili empiricamente anche in contesti sperimentali, abbracciando una posizione affine a quella di Hutchison. Le sue opinioni su questi temi non mancarono di suscitare un vivace dibattito tra

⁶ "La matematica è un linguaggio", aveva già detto Gibbs, in una frase che Samuelson cita e trasforma in: "la matematica è linguaggio".

⁷ "As Professor Leontief has pointed out, the final proof of the identity of mathematics and words is the fact that we teach people mathematics by the use of words, defining each symbol as we go along. It is no accident that the printer of mathematical equations is forced to put commas, periods, and other punctuation in them, for equations are sentences, pure and simple" (Samuelson 1952, p.59).

⁸ "We might concede that any proposition in one language is translatable into another. But that is not relevant to the psychological question as to whether one language is intrinsically more convenient for a certain purpose than others" (Samuelson 1952, p.62).

⁹ "All sciences have the common task of describing and summarizing empirical reality. Economics is no exception. There are no separate methodological problems that face the social scientist different in kind from those that face any other scientist" (Samuelson 1952, p.61).

¹⁰ "Marshall denigrava l'impiego della matematica in economia. Un motivo poteva essere la sua "fedeltà alle idee evolucionistiche" accompagnata dalla preferenza per le analogie biologiche, meno riconducibili a una trattazione matematica, invece di quelle meccaniche. Tanto nell'economia come nella biologia erano presenti gli stessi ostacoli all'impiego della matematica: la complessità dei sistemi in questione, e la loro natura mutevole e irreversibili" (Backhouse 1990, p.112). Grande importanza egli attribuiva invece alla storia economica e alla ricerca empirica.

economisti, filosofi e matematici. Di particolare interesse per i fini del presente paper è la critica avanzata da Machlup. Egli riteneva che non tutti gli assunti fossero verificabili anche perché ogni teoria è molto più estesa delle conseguenze che possono esserne dedotte e che, d'altro canto, le spiegazioni non coincidono con le pure e semplici descrizioni. Sotto questo profilo, l'interesse per "l'essenza" dei fenomeni e per le loro caratteristiche qualitative fa parte dell'attività di ricerca e la "supremazia" di un linguaggio sull'altro non costituisce un risultato aprioristico, ma dipende piuttosto dall'oggetto del discorso: ciò che in un linguaggio sembra uno pseudo-problema in un altro non lo è più.

1.2 La matematica secondo Boulding (1948; 1955)

Nel dibattito relativo ai possibili linguaggi della ricerca, Boulding è intervenuto in diverse circostanze, fondamentalmente ribadendo i limiti di un discorso che scinde il mezzo espressivo dal tipo di contenuto da veicolare¹¹.

Quando si parla della matematica come linguaggio, la si identifica con uno strumento adatto a trasmettere conoscenza; tuttavia gli strumenti non sono neutrali rispetto ai fini che perseguono¹²: in proposito Boulding precisa che la raffinatezza concettuale (*"delicacy"*) di uno strumento o viceversa la sua genericità (*"coarseness"*) influenzano gli obiettivi che esso può perseguire. La matematica ha uno specifico orientamento (*"bias"*) verso la precisione e l'esattezza che non sempre trova una controparte nell'oggetto di indagine: *"This is a problem of considerable importance for the social sciences, where the empirical universe itself is frequently "coarse" in texture. A good example of this difficulty is the theory of "rational behavior" in economics. The calculus is too fine, relationships in the empirical world are not continuous, and the theory of uncertainty is largely an attempt to discuss vagueness by means of clear concepts!"* (1955, p.1)

Un'altra caratteristica potenzialmente limitante della matematica è la sua rigidità, in particolare l'impossibilità di aggiustare il processo logico che dalle premesse del ragionamento conduce alle conclusioni mentre esso è in corso. In contrasto con Samuelson, Boulding ritiene che la matematica non sia un linguaggio completo, ed infatti mentre tutte le espressioni matematiche possono essere tradotte in un linguaggio letterario non vale tuttavia il contrario, e che essa sia piuttosto assimilabile ad un "gergo" adatto per certi specifici oggetti di conversazione ma non per tutti. Per proteggersi da questi limiti occorre una "teoria della conoscenza" basata sul fatto che:

- la conoscenza è assimilabile ad un organismo soggetto a determinate leggi di sviluppo;

¹¹ Le opinioni di Boulding commentate nel presente paragrafo sono tratte dal testo che egli presentò al seminario "Application of Mathematics to the Social Sciences" (University of Michigan, 15/12/1955) e di cui abbiamo ritrovato solo una versione riassunta da Slater H. e consultabile nel sito: [//csf.colorado.edu/authors/Boulding.Kenneth/limits_of_math.html](https://csf.colorado.edu/authors/Boulding.Kenneth/limits_of_math.html). Per le citazioni ad essa relative, indicheremo "Boulding (1955)".

¹² "Tools help to determine the task we will undertake, and languages influence what we will say. These notes are directed towards examining the limitations of mathematics both as a tool and as a language, especially in regard to possible distortions of the growth of knowledge which might result from too exclusive a reliance on mathematical tools" (Boulding 1955, p.1).

- essa non è sempre un prodotto intellettuale, non è sempre consapevole, non è sempre chiara;
- deriva da un processo di selezione ed interpretazione delle informazioni: *“knowledge grows by a “feedback” process of messages which are perceived as related to previous acts, and filtered through a value system which is itself part of the developing knowledge structure”*.

Il concetto di “filtro” ha una genesi interessante sia nel pensiero dell’autore, che in riferimento al periodo storico in cui si svolge il dibattito di cui ci occupiamo. Nell’opera *“The Image”* (1956) Boulding¹³ individua nelle immagini mentali il sostrato cognitivo deputato a svolgere questa funzione di selezione ed orientamento delle informazioni recepite, onde poter attribuire ad esse un significato legato all’individualità del soggetto. Con questa tesi, egli affiancava la teoria di Hayek (1952) sulla mente, fondamentale intesa come struttura che classifica ed interpreta i dati percettivi secondo modalità differenziate da un individuo all’altro. Ma su questi aspetti torneremo dopo.

1.3 Boulding sulle *Foundations*

L’opera di Samuelson rappresenta per Boulding l’occasione idonea ad affrontare un quesito di grande rilevanza: *“Is Economics an essentially mathematical science?”* (Boulding 1948, p.187).

La matematica è una tecnica per rappresentare e scoprire relazioni tra quantità; l’economia si basa su concetti quantitativi – prezzi, salari, redditi- ed in questo senso è certamente una scienza matematica. Secondo Boulding tuttavia, non è questo il punto. Concetti quantitativi e qualitativi caratterizzano difatti molti ambiti del sapere e non sono sufficienti ad identificare il “carattere matematico” di una disciplina rispetto all’altra.

A suo parere sono da considerarsi “matematiche” quelle scienze le cui entità presentano una struttura internamente omogenea, ovvero sono scomponibili concettualmente in singole unità omogenee tra loro (o caratterizzate da eterogeneità che non rileva ai fini dell’analisi). E’ questo ad esempio il caso dell’astronomia: possiamo definire x la distanza Terra-Sole perché tale distanza non ha una struttura interna significativa, ovvero può essere intesa come composta da un insieme di km, all’interno del quale ogni km è identico all’altro. L’universo del discorso matematico consiste per l’appunto di relazioni tra variabili a struttura internamente omogenea¹⁴. Il dibattito sembra dunque spostarsi sulla rilevanza dell’eterogeneità strutturale delle variabili economiche: dobbiamo tenerne conto? Possiamo trascurarla senza snaturare l’oggetto della ricerca?

¹³ Nel 1956, a conclusione di undici mesi trascorsi a Stanford in compagnia di biologi e studiosi delle scienze sociali, Boulding riporta in *“The Image”* le sue riflessioni sul ruolo delle immagini mentali in vari campi del sapere. La trama del discorso si articola in un excursus teorico di largo respiro, che spazia dalla teoria delle organizzazioni alla biologia, dall’economia alla filosofia politica, dalla storia all’analisi sociologica. L’analisi interdisciplinare di Boulding evidenzia alcune regolarità che caratterizzano le immagini, quale che sia il territorio concettuale in cui vengono elaborate, fondamentale la plasticità, la dipendenza dal vissuto del soggetto, la relativa stabilità. Per una ricostruzione più completa si veda Patalano e Rizzello (2003).

¹⁴ “Mathematics operates at the level of abstraction where any heterogeneity or complexity in the structure of its basic variables may be neglected. This fact constitutes at once the strength and the weakness of mathematics as applied, say, to economics – strength because, by abstraction from the internal structure of variables, certain basic relationships may be seen more clearly and

Boulding sembra argomentare che le medesime variabili possano essere trattate come internamente eterogenee od omogenee a seconda dei fenomeni in esame; possiamo ad esempio chiamare **Y** il reddito e **C** il consumo ed indagare la relazione che li lega, se riteniamo che l'influenza del reddito sul consumo si espliciti solo in termini quantitativi; qualora invece anche la composizione di **Y** modifichi il livello e/o la composizione di **C** la traduzione in termini matematici della relazione di influenza non sarà in grado di catturare questo secondo effetto. Per valutare la significatività della struttura interna occorrono abilità non matematiche, relative in particolare alla psicologia ed alla sociologia della conoscenza¹⁵.

Per identificare il ruolo stesso della matematica nell'analisi economica occorre quindi ricorrere ad *insight* e giudizi che vanno ben al di là della manipolazione di simboli. Per un dato fenomeno è possibile infatti costruire una certa varietà di "modelli", tutti coerenti sul piano della logica; la selezione del modello che, tra tutti quelli possibili, ha maggiore valore interpretativo della realtà non avviene sulla base delle relazioni formali presenti nel modello stesso, ma è desunta dal discorso sul modello e dalla conoscenza su cui esso si innesta.

Altro tema di dibattito è la scelta dell'approccio matematico più adatto all'economia. I metodi analitici, ed in particolare quelli propri dell'algebra superiore, sono preferiti da Samuelson all'analisi geometrica in base alla convinzione che vi siano indubbi vantaggi nell'estensione dell'analisi ad un numero indefinito di dimensioni e di variabili. E' tuttavia significativo, secondo Boulding, che tutte le più importanti proposizioni dell'approccio marginalista possano essere già ricavate in un semplice schema bidimensionale. Con riferimento specifico alle *Foundations*, egli interpreta il ricorso ad un'analisi n-dimensionale come un tributo all'estetica dell'economia più che al suo contenuto¹⁶. Circa l'utilità della teoria della massimizzazione, che rappresenta in effetti il maggior avanzamento compiuto nell'opera di Samuelson, Boulding rileva che in macroeconomia esistono "propensioni" non derivabili da alcun principio massimizzante; analogamente nelle teorie sull'impresa il principio di "*organizational preservation*" riscuote consenso maggiore¹⁷. Questa ambiguità nei risultati teorici non sembra offrire una base solida per rintracciare in tale approccio uno strumento sempre adatto alla trattazione, pur analitica, dei fenomeni economici. Questa considerazione lo conduce ad affermare che: "*It is something of a question, therefore, whether the very beautiful and elaborate theory of maximization – on which Samuelson seems practically to have said the last word – is not a monument to economics rather than a foundation*" (Boulding 1948, p.195).

inconsistencies exposed; weakness because mathematical treatment distracts attention from the actual complexity of the internal structure of the variables concerned and hence is likely to lead to error where this structure is important (Boulding 1948, p.189)

¹⁵ The judgement as to what variables are significant, what aggregates are homogenous enough to be treated as variables, what basic assumptions are reasonable about the nature of assumed functional relationships – these involve the exercise of a faculty of mind which is more akin to literary criticism than to mathematical analysis.

We cannot pursue these matters very far without becoming deeply involved in the psychology and the sociology of knowledge" (Boulding 1948, p.189).

¹⁶ "Moving from one dimension to two gives form and moving to three gives elegance; moving to four, five, or more dimension will add further elegance, and may even unearth minor propositions which would not otherwise have been discovered, but will not affect the fundamental conceptual framework. So we find that the n-dimensional analyses of Samuelson and his confreres add much to the aesthetics of economics but surprisingly little to its substance" (Boulding 1948, p.192).

Esistono in realtà diversi possibili approcci all'analisi economica e la massimizzazione sembra rappresentarne uno fra i tanti, rivelandosi in particolare appropriata per analizzare i fenomeni ad un primo livello di approssimazione. A stadi più astratti essa può essere considerata come parte di una più generale teoria della selezione: nell'ambito di un insieme di opzioni decisionali (descritte attraverso il ricorso a funzioni continue), l'approccio marginalista seleziona quella opzione che massimizza il valore della variabile-obiettivo, ad esempio il profitto. Tuttavia la continuità è un caso particolare, così come è ben possibile ricorrere ad altri principi di selezione.

Il parere conclusivo di Boulding è che *"there is an elusive flavor of John Stuart Mill about the Foundations which makes it seem less like a foundation than a coping stone, finishing an edifice which does not have much further to go"* (1948, p.199). La storia del pensiero economico nei decenni successivi non gli ha tuttavia dato ragione: come noto, il testo di Samuelson (1947) ha esercitato un'enorme influenza sugli sviluppi successivi della scienza economica e del suo apparato analitico-formale, sia per la valorizzazione del contributo che gli strumenti matematici offrono allo studio dell'economia, ma anche per tre ulteriori aspetti che caratterizzano l'opera (Backhouse 1990): l'impostazione generale dei problemi economici in termini di massimizzazioni (o minimizzazioni), l'importanza attribuita ai ragionamenti di statica comparata, la necessità, a fondo evidenziata, dell'analisi relativa ai processi di convergenza verso l'equilibrio

1.4 Una visione sintetica

Considerando in parallelo le opinioni di Samuelson e Boulding sul ruolo della matematica in economia, pensiamo che i seguenti quesiti colgano gli aspetti caratterizzanti, ed al tempo stesso distintivi, delle loro posizioni:

- è possibile una scienza economica "senza parole"?
- la scelta del linguaggio è indipendente dall'oggetto del discorso?
- il contenuto informativo dipende dal mezzo linguistico o, più in generale, rappresentazionale che lo veicola?
- è proficua la generalità in economia? Se sì, fino a che punto?
- la struttura interna delle variabili economiche è rilevante nella scelta dell'approccio metodologico da seguire?

Nel corso del paper esamineremo alcune possibili prospettive su tali temi dal punto di vista "cognitivo", cioè valorizzando le indicazioni che ci derivano dai meccanismi di funzionamento della mente. Prima di entrare nel vivo dell'analisi, riteniamo però utile una breve premessa sui concetti strumentali al nostro progetto.

¹⁷ Le opinioni di Boulding sui seguenti aspetti ignorano i successivi sviluppi delle teorie sulle microfondazioni ed appaiono

2. QUESTIONI DI FONDO

2.1 Il concetto di agente

Con l'espressione "agente cognitivo" ci riferiamo ad un soggetto che è dotato di rappresentazioni mentali e ne è guidato. In particolare, supponiamo:

- che egli rappresenti a se stesso il mondo in cui vive, i propri desideri, le proprie intenzioni, attraverso mezzi e formati che includono immagini, proposizioni e schemi;
- che sia dotato di credenze ("*beliefs*"), parzialmente organizzate in sistemi coerenti, le teorie;
- che agisca sulla base delle proprie rappresentazioni e credenze in un duplice senso: in quanto i suoi obiettivi e le azioni compiute per perseguirli sono influenzati dal contenuto e dal formato delle rappresentazioni; e in quanto il suo comportamento è diretto a risultati che si è pre-rappresentato nella mente ("*representation-driven behavior*", Castelfranchi 2002);
- si collochi in un contesto caratterizzato da incertezza strutturale.

E' evidente che un soggetto con tali caratteristiche differisce profondamente dall'agente rappresentativo della teoria economica tradizionale; non potendoci qui addentrare in un confronto più articolato, cui rinviamo comunque il lettore interessato (Patalano 2004), ci limitiamo ad osservare che un agente cognitivo non prende in esame scarse liste di dati informativi, ma elabora le informazioni in suo possesso trasformandole in conoscenza. Tale "processo metabolico" (Boulding 1952) comporta, tra l'altro, che l'attribuzione di significati ai dati informativi sia individuale ed avvenga sulla base del confronto tra questi ultimi e le conoscenze pregresse, già immagazzinate in rappresentazioni mentali di diverso formato (in particolare, sia linguistico che figurativo).

2.2 Il concetto di problema

Seguendo l'impostazione concettuale originariamente introdotta da Newell e Simon (1972), ipotizziamo che il decisore si trovi di fronte ad un *problema* quando ha un obiettivo e non sa esattamente quali azioni gli consentirebbero o meno di raggiungerlo¹⁸.

L'ambiente del problema è invece identificato con quell'insieme di vincoli che il soggetto percepisce quando tenta di pervenire ad una soluzione: tali vincoli non esistono dunque di per sé ma emergono in relazione allo

ovviamente "datate".

¹⁸"To have a problem implies (at least) that certain information is given to the problem solver: information about what is desired, under what conditions, by means of what tools and operations, starting with what initial information, and with access to what resources. The problem solver has an interpretation of this information – exact that interpretations which lets us label some part of it as goal, another part as side conditions, and so on." (Newell e Simon 1972, p.73).

stato finale del problema che il decisore individua e alla strategia risolutiva prescelta¹⁹. D'altra parte, il fatto che essi siano il risultato di un processo percettivo li rende dipendenti dal rapporto con il soggetto: il confine tra individuo e ambiente non potrà che variare al mutare del primo, perché intessuto della sua caratterizzazione genetica ed esperienziale.

2.3 Il concetto di rappresentazione

Aldilà delle ipotesi spesso introdotte per esigenze di semplificazione della modellistica, la struttura di un problema non è data esogenamente, ed è piuttosto necessario che il problem solver interpreti le informazioni parziali a sua disposizione ed impieghi il proprio bagaglio pregresso di esperienze per ricostruirla nella propria mente.

La rappresentazione di un problema si compone sostanzialmente di due elementi, una decodificazione e una relazione di preferenza. La decodificazione è un processo mentale nel corso del quale l'individuo "interpreta" le informazioni che ha ricevuto sul problema, isola aspetti già noti, costruisce analogie con situazioni già sperimentate: i propri vincoli cognitivi lo costringono ad operare delle semplificazioni, scartando alcuni "dati" ed interpretando quelli considerati significativi. Ciò comporta anche una valutazione delle configurazioni possibili attraverso la costruzione di una relazione di preferenza soggettiva, in grado di attribuire un livello personale di soddisfazione a ciascuna alternativa. Proprio perché l'individuo non conosce la struttura oggettiva del problema ma la rappresentazione che ha costruito di esso, sarà tale *frame* interpretativo l'oggetto da esplorare.

A causa delle proprie limitate risorse computazionali e del ristretto spazio presente nella loro memoria, gli individui a razionalità limitata tendono a costruire rappresentazioni molto compatte e semplificate dei problemi. Proprio perché così sintetiche e concise, esse contengono generalmente degli "errori", connessi alla natura congetturale delle ipotesi semplificatrici (Egidi 2000b).

2.4 Il rapporto tra rappresentazione e soluzione

La letteratura sul problem-solving ha evidenziato che spesso la ri-rappresentazione mentale di un problema costituisce una euristica più potente ed efficace rispetto alla ricerca di soluzioni entro una rappresentazione data. Dall'analisi di numerosi casi sperimentali sappiamo tuttavia che i processi di revisione delle rappresentazioni vengono procrastinati o addirittura evitati il più a lungo possibile. Nel sottosuolo di questi comportamenti opera il meccanismo psichico di resistenza al cambiamento, che già Boulding aveva

¹⁹ "It is easy to give an essentially correct definition of a demand of the task environment: it is a constraint on the behavior of the problem solver that must be satisfied in order that the goal be attained. Thus, the environment per se does not make demands: rather the problem or goal makes them via the problem solver's commitment to attain in." (Newell e Simon 1972, p.79).

pionieristicamente individuato nel 1952. Esso ha numerose origini, ancora poco esplorate dalla letteratura sul tema. Una di esse, ben nota agli studiosi di problem-solving, è costituita dalla fatica insita nel ri-pensare.

Il processo di revisione delle rappresentazioni, poiché molto impegnativo, tenderà inizialmente ad essere evitato tramite l'aggiunta di una serie di eccezioni alla rappresentazione iniziale: ben presto però le eccezioni divengono così numerose da essere esse stesse ingestibili. La dispendiosità insita nella ri-rappresentazione del problema rende una rappresentazione mentale "stabile" per quanto non ottimale: ciò spiega perché in numerosi esperimenti (si veda ad esempio Egidi e Narduzzo 1997) i soggetti rimangono di fatto bloccati in stati del processo risolutivo non ottimali²⁰.

3. ALCUNE RISPOSTE A SAMUELSON DA PARTE DELLA STORIA

Utilizzeremo ora i concetti sin qui definiti per attualizzare i temi del dibattito tra Boulding e Samuelson alla luce dell'evoluzione successiva del pensiero economico, matematico e psicologico. In questa parte del paper ci soffermeremo in particolare sui seguenti temi (trattati trasversalmente nei paragrafi sottostanti):

- la ricerca di generalità;
- l'esigenza di rigore;
- il rapporto tra semantica e sintassi;
- la rilevanza del contesto storico-culturale nella definizione di problemi e soluzioni.

Punto 1. Le "rivoluzioni matematiche": Hilbert e Bourbaki

Nell'ambito della letteratura economica si fa riferimento ai termini di "modello", "formalizzazione", "parte analitica" come se ciascuno di essi rispecchiasse interscambiabilmente l'elaborazione della teoria in termini matematici. Si tratta in realtà di concetti diversi, dotati di una propria specificità semantica, che nella storia del pensiero matematico hanno conosciuto genesi e sviluppi differenziati. Nell'ottica corrente e per gli obiettivi che racchiudono, tali espressioni riecheggiano con forza l'intento esplicitato da Samuelson nell'introduzione delle *Foundations*, consistente nella ricerca di un apparato matematico generale in grado di modellizzare le molteplici attività economiche –di consumo, produzione, scambio, investimento.

²⁰ Si tratta in realtà di un risultato molto significativo: "...le soluzioni localmente ottime nelle quali gli individui possono restare intrappolati mentre analizzano un problema vengono create nel corso del processo di rappresentazione del problema e della sua scomposizione in sottoproblemi, e gli individui cadono così nelle "trappole cognitive" a causa del processo di semplificazione continua insita nel loro editing mentale." (Egidi 2000a).

La ricerca di generalità e al tempo stesso di assiomatizzazione non caratterizza in modo esclusivo la storia del pensiero economico, ma quello di diverse scienze, dalla biologia, alla fisica, alla matematica stessa²¹. Nella storia del pensiero matematico del '900, esistono due principali progetti in tale direzione, il primo attuato da Hilbert²², il secondo da Bourbaki²³.

I *Fondamenti della geometria* (*Grundlagen der Geometrie*) di Hilbert, pubblicati nel 1900, possono essere considerati il paradigma delle moderne teorie assiomatiche, ed hanno conosciuto dalla data di pubblicazione ad oggi oltre dieci edizioni. Nella visione dell'autore, tra gli oggetti geometrici, punti, rette e piani, esistono connessioni che possono essere descritte tramite assiomi; sotto questo profilo, le proposizioni fondamentali della geometria non esprimono alcun contenuto che non sia quello dato dalle loro reciproche relazioni logiche. La "verità" ha un significato puramente logico, in quanto risultano veri quegli assiomi che non sono in contraddizione all'interno dell'apparato teorico che li include; le principali proprietà dei sistemi assiomatici consistono per l'appunto nella non contraddittorietà, nella completezza e nell'indipendenza²⁴ degli assiomi stessi. Inteso come telaio di relazioni logiche coerenti, ogni modello teorico può essere applicato ad infiniti sistemi di oggetti presenti nel mondo reale ("infiniti sistemi di enti fondamentali"). Questo approccio metodologico al formalismo ha profondamente influenzato il pensiero matematico successivo ed il modo stesso di intendere la "matematizzazione" della realtà (Mangione 1970, p.424), come risulta anche dalle considerazioni dello stesso Einstein²⁵. E' interessante notare come, nelle parole di Hilbert, la necessità dell'assiomatizzazione derivi dal fatto che "nella scienza abbiamo a che fare, se non esclusivamente almeno prevalentemente, con teorie che non riproducono pienamente le situazioni di fatto reali, ma ne rappresentano un'idealizzazione semplificante" (citato in Frege 1983, p.52). Ciò nonostante, per Hilbert la ricerca di fondamenti assiomatici non equivale alla manipolazione sintattica di simboli; egli chiarisce infatti che tale

²¹ "Ci limiteremo a ricordare: le assiomatizzazioni della meccanica quantistica elaborate da Paul Adrian Dirac e da Johann von Neumann a partire dal 1927; l'assiomatizzazione della biologia tentata da Joseph Henry Woodger nel decennio 1950-1960; l'assiomatizzazione dell'economia compiuta da G. Debreu, David Gale e altri fra il 1954 e il 1960; quella della teoria della misurazione (...)" (Geymonat 1970, vol. VIII, p.414).

²² David Hilbert nacque a Königsberg nel 1862, dove compì anche i suoi studi. Nel 1895 si trasferì all'università di Gottinga e vi rimase per tutta la carriera accademica. Le sue ricerche comprendono le matematiche pure e la fisica teorica, ma si incentrano soprattutto sui fondamenti della matematica, sul piano sia geometrico che aritmetico.

²³ Dietro lo pseudonimo di Bourbaki si celava in realtà un gruppo di matematici francesi che intendeva fornire una presentazione unitaria della matematica basata su un unico fondamento, la teoria assiomatica degli insiemi. Nel 1939 viene pubblicato il primo fascicolo degli *Elements de mathématiques* di Bourbaki, divisi in Libri come gli Elementi euclidei, dedicato per l'appunto alla teoria degli insiemi. Seguiranno fino al dopoguerra ulteriori volumi sull'algebra, le funzioni di una variabile reale, la topologia generale, gli spazi vettoriali topologici, l'integrazione ed altro ancora.

²⁴ Tale proprietà è eminentemente sintattica ed implica che ogni proposizione enunciabile all'interno del sistema assiomatico sia derivabile dagli assiomi e costituisca pertanto un teorema. L'indipendenza comporta invece che nessun assioma sia derivabile dagli assiomi rimanenti. (Mangione 1970, p.426).

²⁵ "Il progresso portato dall'assiomatica consiste nella decisa separazione della forma logica e del contenuto intuitivo e reale...Gli assiomi sono creazioni volontarie della mente umana...lo assegno grande importanza a questa concezione della geometria perché se non avessi preso familiarità con essa, non sarei mai stato in grado di sviluppare la teoria della relatività" (*Geometria ed Esperienza*, 1921; citato in Bellone 1988).

ricerca può avvenire solo per una teoria già matura, la cui approfondita analisi concettuale indirizza verso l'individuazione di quegli elementi essenziali che gli assiomi dovranno catturare²⁶.

Il programma formalista intrapreso da Hilbert ebbe grande eco nei primi due decenni del secolo e venne ulteriormente sviluppato da Bernays, Ackermann, von Neumann ed altri; fu tuttavia messo crucialmente in discussione dai teoremi che il giovane Gödel enunciò nel 1930 e nel 1931²⁷.

Verso la metà degli anni Trenta l'illusione di poter presentare in termini assiomatici l'intero sapere matematico, eminentemente motivata dalla preoccupazione di difendere l'unità della disciplina dai rischi dello specialismo (Bottazzini 1970), ha dato vita ad un ulteriore progetto di sistematizzazione delle conoscenze matematiche, noto come "programma bourbakista". Il fulcro concettuale del programma risiede nella nozione di struttura, in particolare vengono individuate tre grandi "strutture madri", quelle algebriche, quelle d'ordine e quelle topologiche, da cui sono fatte derivare gerarchicamente le strutture composte. L'influenza del punto di vista bourbakista sul modo di concepire la matematica e sul linguaggio matematico è stata enorme, tanto che "come gli Elementi euclidei lo furono nel passato, gli Elements di Bourbaki sono diventati il modello di rigore della matematica contemporanea" (Bottazzini 1970, p.121). Tuttavia l'impossibilità di includere nell'apparato teorico proposto interi settori della materia, non esprimibili in termini di strutture, ne ha decretato il progressivo abbandono.

Punto 2. La matematica è formale?

"Mathematical Rigor –Who Needs It?"

Philip Kitcher

Era lo stesso Kitcher (1980) a fornire la seguente risposta: "*Some mathematicians at some times, but by no means all mathematicians at all times*" (p.490).

Per lungo tempo nella storiografia matematica gli *Elementi* di Euclide sono stati considerati il massimo esempio di rigore cui aspirare; ma già agli inizi del XX secolo, Poincarè evidenziava la relatività del concetto stesso di rigore, che nella storia del pensiero matematico sembra piuttosto variare di periodo in periodo, senza che risulti possibile definire un punto di arrivo finale nel processo relativo alla sua ricerca²⁸.

²⁶ "L'assiomatica formale necessita, quale proprio complemento, di quella contenutistica in quanto solo quest'ultima fornisce l'indicazione per la scelta dei formalismi e inoltre è la sola che dà le prescrizioni circa l'applicazione di una data teoria formale ad un settore del reale" (Hilbert 1899, p.342).

²⁷ In termini intuitivi, il primo teorema, definito di incompletezza, dimostra l'incompatibilità tra coerenza e completezza sintattica di un sistema assiomatico; il secondo implica l'impossibilità di dimostrare la non contraddittorietà di una teoria non contraddittoria e sufficientemente potente (Mangione 1970, p.193 e seg.). Per una trattazione approfondita si veda Cellucci (1971).

²⁸ "Have we finally attained absolute rigor? At each stage of evolution our fathers...thought they had reached it" (Poincarè, 1905).

In realtà, non solo la “quantità” di rigore matematico appare diversa in relazione all’epoca storica che si prende in esame, ma neanche la natura del concetto di rigore è lontana da una identificazione definitiva. Mentre nel 1700 la geometria è considerata il paradigma del rigore, alla fine del 1800 lo stesso ruolo è attribuito all’algebra ed alla teoria degli insiemi; è d’altra parte possibile rintracciare fasi, come ad esempio lo studio dei numeri complessi e dei procedimenti di calcolo sviluppatosi anteriormente al 1830, in cui la ricerca di rigore costituisce un obiettivo del tutto secondario dell’analisi ed è “*rationaly set aside in favour of such other values as usefulness (...)*” (Crowe 1975, p.270).

Come osservato all’inizio del precedente paragrafo, termini che gli economisti usano interscambiabilmente hanno in matematica diverse sfumature di significato ed esibiscono, come nel caso del rigore, una certa dipendenza dalla Storia e dal contesto culturale entro cui si sono sviluppati. Una sorte analoga spetta ad esempio al concetto di “formalizzazione”, per il quale appare inevitabile considerare più che un concetto unico una vera e propria struttura concettuale articolata in livelli. A tale proposito, Lakatos distingue tre gruppi di dimostrazioni matematiche, quelle pre-formali, quelle formali e quelle post-formali, esprimendo in proposito un punto di vista che richiama quello hilbertiano: “Non c’è alcuna teoria formale rispettabile che non abbia in un modo o nell’altro un rispettabile antenato informale” (1961, p.88).

In termini più precisi, una dimostrazione formale è una sequenza finita di formule di un dato sistema S, in cui ciascuna formula o è un assioma o è derivabile da qualcuna delle precedenti per mezzo delle regole del sistema. E’ dunque indispensabile specificare il sistema assiomatico di riferimento, e le regole che lo identificano. Una dimostrazione informale può certamente contenere formule, ma non è tuttavia contestualizzabile entro una specifica logica di base e può pertanto essere assimilata ad una sorta di ragionamento intuitivo o ad un esperimento mentale. L’importanza della fase pre-formale nello sviluppo delle teorie matematiche risiede principalmente nel fatto che “mentre in una teoria informale ci sono possibilità davvero illimitate di introdurre sempre più termini, sempre più assiomi finora nascosti, sempre più regole finora nascoste, nella forma di nuove intuizioni cosiddette “ovvie”, in una teoria formalizzata l’immaginazione è legata da un ristretto insieme ricorsivo di assiomi e da un esiguo numero di regole” (Lakatos 1961, p.96).

Infine, una dimostrazione post-formale è tale se richiede una teoria formalizzata di base e, oltre a questa, uno o più lemmi aggiuntivi interpretabili come meta-teorici ed informali rispetto alla teoria di riferimento.

Punto 3. Significanti e significati

E’ Samuelson stesso ad esprimere opinioni contrastanti sul rapporto tra simboli e significati: in alcuni punti delle *Foundations* parla di semplice equivalenza logica tra gli uni e gli altri, in altri passaggi, ben più estesi, si riferisce alla matematica come ad un linguaggio completo, in grado di veicolare qualsiasi contenuto e per ciò stesso autonomo nella sua significatività.

In realtà, nell'evoluzione storica delle conoscenze sulla cognizione umana l'analisi del rapporto tra semantica e sintassi si intreccia a due problemi di fondo, uno relativo ai processi di strutturazione della conoscenza, l'altro alle modalità con cui essa viene codificata e trasformata dalla mente.

Il problema della strutturazione della conoscenza nasce dal tentativo di comprendere in che forma la conoscenza sia codificata e memorizzata. Nel 1971 Paivio propone la cosiddetta teoria del doppio codice, in base alla quale esistono due modalità di codifica distinte, una verbale e un'altra eminentemente "visiva": nella prima le informazioni vengono descritte per mezzo di parole, nella seconda attraverso immagini mentali. Secondo Paivio i concetti astratti tendono più facilmente ad essere memorizzati sotto forma verbale, mentre i termini che fanno riferimento ad oggetti e situazioni concrete verrebbero codificati in entrambe le forme; nella sua analisi, la scelta del tipo di codifica impiegato trae fondamentalmente origine dalla facilità di richiamo in memoria; queste intuizioni sono suffragate da una serie di esperimenti eseguiti da Paivio stesso. Nel 1986 tale autore ha sviluppato ulteriormente la sua teoria, considerando i due tipi di codifica come elaborati da due distinti sottosistemi reciprocamente connessi; l'interdipendenza spiegherebbe l'esistenza di una duplice rappresentazione per alcuni tipi di informazioni. In realtà le idee di Paivio contenevano intuizioni rilevanti sull'apporto cognitivo dei formati di rappresentazione non verbali, che si persero nel dibattito dell'epoca, riaffiorarono solo molti anni dopo ed ancora oggi sono limitatamente esplorate. Supponiamo per il momento di seguire fino in fondo la linea tracciata dalla Storia e dunque ipotizziamo che la conoscenza sia strutturata eminentemente secondo modalità verbali e linguistiche (successivamente esploreremo a fondo i limiti di questa linea interpretativa).

Lo studio dei processi cognitivi di tipo proposizionale è caratterizzato dall'emergenza di due distinti filoni d'analisi, l'uno definito computazionale simbolico, l'altro subsimbolico o connessionista. Essi fanno riferimento a due diverse modalità di rappresentazione, la prima caratterizzata da una visione eminentemente locale della conoscenza, che "risiede" in catene di simboli su cui poter operare (ci limiteremo ad una concisa analisi di quest'ultima per brevità), l'altra invece basata su una rappresentazione in forma distribuita, ove la conoscenza è diffusa nelle connessioni tra più unità elementari. Secondo il paradigma computazionale simbolico, i cui principali esponenti sono Fodor (1975; 1989) e Pylyshyn (1984), i processi cognitivi sono strutturalmente analoghi a quelli che avvengono in un computer, configurandosi sostanzialmente come manipolazioni operate dagli agenti sui simboli che compongono i messaggi. Ogni processo cognitivo è dunque un processo di calcolo e può essere descritto tramite un algoritmo che specifichi la sequenza di operazioni necessaria ad eseguire il calcolo stesso.

Una base filosofica e metodologica è stata offerta a questo approccio dalla "teoria rappresentazionale degli stati mentali" di Fodor (1975)²⁹. Essa ha dato vita ad un fiorente dibattito critico (Churchland 1979; Dennett

²⁹Secondo tale autore, la mente manipola simboli e può essere assimilata ad una macchina di Turing: le rappresentazioni mentali si configurano come sequenze simboliche e le principali attività cognitive consistono nel trasformare queste sequenze sulla base di regole formali e sintattiche (Oliverio, 1999). Fodor ipotizza l'esistenza di una relazione tra i singoli stati mentali e gli eventi fisici

1978; Nagel 1980; Searle 1980), il cui nodo fondamentale può essere rintracciato nell'argomento della "stanza cinese" avanzato da Searle (1980). Egli contesta l'idea di poter ridurre i meccanismi della cognizione ad una serie di operazioni puramente sintattiche, ovvero computazionali, in quanto queste ultime non garantirebbero la presenza del contenuto semantico che si trova nelle menti reali (Searle 1998). A suffragio di questa tesi, Searle sviluppa il seguente esperimento mentale: un individuo che non conosce il cinese si trova chiuso a chiave in una stanza, con a disposizione molte scatole di simboli (il *database*), e una sequenza di ideogrammi in cinese che gli viene trasmessa dall'esterno. Egli ha inoltre con sé un testo di grammatica cinese (il programma) che può consultare e che comprende perché scritto nella sua lingua madre. Supponiamo a questo punto che l'individuo legga il testo e si conformi strettamente alle regole grammaticali esposte per manipolare i simboli presenti negli ideogrammi in entrata e trasmetterne di nuovi: pur non capendo una parola di cinese, egli potrà a questo punto essere assimilato ad un computer che implementa un programma, le regole, per manipolare dei simboli, gli ideogrammi; qualora il manuale gli abbia fornito regole chiare, le sue risposte potrebbero essere sintatticamente corrette, sebbene gli sfugga completamente il significato degli ideogrammi che invia. La conclusione che possiamo trarre è che il programma implementato, di per sé, non è sufficiente alla comprensione ed attribuzione di significati, fenomeni; sulla base di queste argomentazioni viene privata di validità l'equivalenza semplice tra processi cognitivi e processi di elaborazione simbolica³⁰. Sotto questi profili, appare attualmente priva di sufficienti basi la possibilità auspicata da Samuelson di attribuire al linguaggio matematico completezza e capacità di veicolare qualsiasi genere di contenuto: i simboli non possono difatti sostituire o rappresentare autonomamente significati, ed in tal senso non sono in grado di trasmettere tutte le componenti dei contenuti mentali, imprescindibilmente semantici.

Punto 4. La matematica come sistema culturale

Già Oscar Spengler (1918-1922) aveva parlato di "matematiche plurali" con riferimento al fatto che ogni cultura possiede la propria matematica, destinata a morire con quella cultura; la cultura è di fatto assimilata ad un essere vivente che nasce, cresce, si sviluppa e poi muore. Così la matematica sviluppata dai musulmani è diversa da quella greca: mentre quest'ultima si configura prevalentemente come attività astratta e speculativa, affermatasi in un clima di fervido sviluppo filosofico, la prima si sviluppa nella direzione delle applicazioni concrete e dell'attività pratica, nella tradizione di un popolo con origini nomadi.

esterni: i primi sono spesso più generali e fungono da "rappresentanti" per insiemi di eventi che si verificano nell'ambiente; il fulcro della sua teoria è rintracciabile nell'idea che i simboli siano gli unici portatori di significato e che la sintassi rispecchi anche la semantica dei processi cognitivi (principio del solipsismo metodologico) (Fodor 1981;1994).

³⁰ I critici di Searle hanno evidenziato due principali punti deboli nel suo ragionamento, relativi principalmente ad un'inadeguata considerazione degli aspetti sistemici propri, per l'appunto, di un sistema esperto: un manuale di istruzioni e alcuni ideogrammi non si prestano a rappresentare adeguatamente la complessità insita nel funzionamento di un computer e proprio da questa complessità possono emergere varie forme di intelligenza; nel suo esperimento, Searle non valuta le risposte del sistema in sé, ma di un suo singolo componente, la persona all'interno della stanza, il che equivale ad interrogarsi sulle potenzialità di un singolo chip o neurone e non del sistema considerato nella sua interezza (Oliverio, 1999).

Wilder³¹ arricchisce questa linea di pensiero rintracciando nella matematica un vero e proprio sistema culturale. Egli assimila la cultura ad una specie vivente che evolve attraversando stadi sequenziali³²; il tipo di conoscenza matematica che si afferma in un dato tempo e luogo rappresenta una chiave interpretativa e un carattere distintivo dell'ambiente sociale in cui prende corpo. La matematica greca, ad esempio, non è di fatto morta con l'avvento dei musulmani ma si è trasformata sotto l'influsso di forze culturali diverse, che hanno alterato la sua forma ed influenzato il corso del suo sviluppo. In questa visione, i matematici sono individui sociali, condizionati dal loro background di tradizioni storico-culturali nella scelta dei problemi cui attribuire rilevanza e nella capacità di immaginare per essi possibili soluzioni: sotto questo profilo, "il contesto" influenza lo sviluppo delle idee agendo essenzialmente sulla mente dello scienziato, modellando i suoi modi di vedere e motivandolo a scelte di pensiero coerenti con il sistema culturale di fondo³³. Il sapere matematico è essenzialmente un prodotto della cultura³⁴, caratterizzato da *path-dependence*; anche sotto questo profilo la pretesa di generalità della matematica ha dei limiti: il linguaggio impiegato, i contenuti trattati, le scelte metodologiche predilette dipendono dai tempi e dai luoghi del suo sviluppo.

4. RADICI E SIGNIFICATI DELL'ETEROGENEITÀ

Nella recensione alle *Foundations*, le argomentazioni di Boulding (1947) si incentrano su due punti principali: l'incompletezza del linguaggio matematico e l'eterogeneità. Poiché il linguaggio matematico, così come ogni formato di rappresentazione della conoscenza, non è neutrale rispetto ai contenuti che veicola, il tentativo di rintracciare un unico formato adatto a veicolare qualsiasi tipo di contenuto è votato al fallimento; d'altro canto, l'inadeguatezza della matematica a rappresentare l'eterogeneità propria degli "oggetti" del discorso comporta che quando quest'ultima si dimostri rilevante per la teoria, il linguaggio formale, non consentendo di esprimerla, sottragga contenuto alla teoria stessa. Entrambi questi temi, la dipendenza mezzo/contenuto e l'eterogeneità, suscitano rimandi alla letteratura neuropsicologica e sollecitano un'analisi più approfondita del ruolo che le "variabili cognitive e neuropsicologiche" rivestono in economia. La nostra tesi è che il soggetto

³¹ Raymond L. Wilder (1896-1982), dopo un master in scienze attuariali alla Brown University, sceglie di dedicarsi alla matematica pura. Conseguito il Ph.D in topologia, dal 1926 al 1967 insegna all'università del Michigan e ricopre importanti cariche istituzionali come presidente dell'*American Mathematical Society* (1955-1956) e della *Mathematical Association of America* (1965-1966). Appassionato di studi antropologici, ha dedicato gran parte della sua attività di studioso all'analisi del rapporto tra antropologia e matematica. Tra le sue opere principali, *The Evolution of Mathematical Concepts: an Elementary Study* (1968) e *Mathematics as a Cultural System* (1981).

³² "A culture is the collection of customs, rituals, beliefs, tools, mores etc., which we may call *cultural elements*, possessed by a group of people, such as a primitive tribe or the people of North America" (Wilder 1950, p.187).

³³ "We "civilized" people rarely think of how much we are dominated by our culture – we take so much of our behavior as "natural" (...). What we call "human nature" is virtually nothing but a collection of such cultural traits. What is "human nature" for a Navajo is distinctly different from what is "human nature" for a Hottentot. As mathematicians, we share a certain portion of our culture which is called "mathematical"" (Wilder 1950, p.188).

³⁴ "As a body of knowledge, mathematics is not something I know, you know, or any individual knows: It is part of our culture our collective possession" (Wilder 1950, p.188).

della teoria economica presenti caratteristiche di eterogeneità strutturale rilevanti per la sua stessa “identità”; argomenteremo che questa eterogeneità trae origine in parte dalla natura ontogenetica e filogenetica dei processi percettivi, pionieristicamente illustrata da Hayek, e in parte dall’esistenza di formati non proposizionali per la rappresentazione della conoscenza, le immagini mentali, cui Boulding ha dedicato un’intera opera nel ’56 (cfr. nota 13). In conseguenza di tale eterogeneità, gli strumenti matematici sono insufficienti a descrivere il comportamento economico.

4.1 La mente relazionale

Nell’opera “*The Sensory Order*” (1952), Hayek riconosce l’esistenza di due diversi “ordini”: l’ordine fisico o “macrocosmo”, riferito al mondo esterno³⁵, in cui gli oggetti sono simili o diversi a seconda della loro possibilità di generare eventi esterni simili o diversi; e l’ordine sensoriale o “microcosmo” che esiste nella mente individuale e prevede una classificazione degli oggetti in base alle loro “proprietà sensoriali”. Negando l’esistenza di isomorfismo tra i due ordini, Hayek indaga sulla relazione che li lega³⁶.

Nella sua impostazione la mente ha una natura che potremmo definire relazionale: mentre le proprietà fisiche esistono di per sé, le qualità degli eventi sensoriali originano dalla particolare struttura di connessione tra neuroni³⁷, ovvero sono il risultato della loro posizione all’interno dei legami neurali interconnessi. Tali connessioni sono in parte una caratteristica acquisita geneticamente, in parte si costituiscono nel corso della vita dell’individuo: ad esempio, possiamo supporre che un impulso afferente che giunga per la prima volta ai centri nervosi non sia ancora inserito in una rete di connessioni con altri impulsi simili, ma contribuisca alla sua formazione in modo graduale. Via via che la relazione tra impulsi si infittisce, ogni legame neuronale acquisisce un posto sempre più definito nell’ampio sistema di connessioni e quindi anche un significato funzionale specifico, sulla base del quale gruppi di stimoli afferenti possono imprimere all’organizzazione del sistema nervoso centrale un effetto durevole (“concatenazione”).

I processi sensoriali sono eminentemente classificatori ed anche in un’ottica che trascura l’aspetto ereditario per esigenze di semplificazione hanno una natura fortemente soggettiva; infatti:

³⁵Qui e nel prosieguo, l’aggettivo “esterno” si riferisce a ciò che è al di fuori della mente individuale.

³⁶Nelle sue parole: “Ciò che chiamiamo ‘mente’ è quindi un particolare ordine di un complesso di eventi che hanno luogo in un certo organismo e che sono in qualche modo correlati, ma non identici, all’ordine fisico degli eventi dell’ambiente esterno” (Hayek 1952, p.43).

³⁷La capacità di funzionamento del cervello e del sistema nervoso risiede in larga misura nelle proprietà dei neuroni. Il neurone è una cellula preposta in modo specifico a trasmettere informazioni provenienti da un insieme di cellule ad un altro insieme. Per quanto variabili nella forma e nelle dimensioni, tutti i neuroni sono costituiti da un corpo cellulare che contiene il nucleo e dal quale si dipartono i dendriti, un insieme di sottili fibre che captano i messaggi in ingresso e li trasmettono al corpo cellulare. Quest’ultimo recepisce l’input e lo trasferisce alle cellule adiacenti per mezzo di una lunga fibra denominata assone. La capacità di trasmissione delle informazioni specifica del neurone è legata alla presenza della membrana neuronale, dotata di permeabilità selettiva: quest’ultima presenta una superficie punteggiata di piccoli pori che consentono il passaggio soltanto a determinati atomi forniti di carica elettrica (ioni). In ogni fase del processo di trasmissione si modificano la permeabilità della membrana, la concentrazione degli ioni nella cellula e la carica elettrica complessiva del neurone stesso. (Lindzey, Thompson, Spring 1988).

- sia la selezione degli eventi che l'effettiva registrazione dipendono dalla struttura dell'organismo quale è venuta a configurarsi nel corso della sua evoluzione;
- gli stimoli che agiscono su un individuo, così come la frequenza del loro manifestarsi, corrispondono alle condizioni presenti nello specifico ambiente in cui esso si trova;
- una parte dell'ambiente da cui il sistema nervoso recepisce gli impulsi è l'ambiente "interno" proprio di ciascuna persona.

La rete di connessioni che si costituisce tra i centri nervosi viene da Hayek assimilata ad una "mappa" che riproduce alcune relazioni esistenti nel mondo fisico. Essa è una struttura semipermanente, soggetta ad una modificazione graduale ma continua che svolge una funzione di orientamento, ovvero in ciascun istante, riproducendo attraverso l'insieme di impulsi che riceve l'ambiente in cui l'individuo si trova, orienta le risposte dell'organismo ai nuovi impulsi entranti; essa stessa è però a sua volta modificata dagli impulsi che vi procedono³⁸. La mappa è in sostanza un insieme di possibili *patterns* o tracciati lungo i quali può scorrere di volta in volta ciascuna catena di impulsi; la specifica configurazione di impulsi che in un dato istante fluisce dentro i canali semipermanenti della mappa rappresenta invece il "modello", inteso come riproduzione soggettiva dell'ambiente particolare in cui l'organismo si trova³⁹.

Nell'analisi di Hayek, dunque, la mente è una struttura di classificazione che non riceve gli stimoli sensoriali passivamente, ma opera su di essi un processo di orientamento e interpretazione: la percezione, pur innestandosi su una base genetica innata, prende forma dalle connessioni neuronali sedimentatisi nel corso della storia individuale. Tale approccio ha l'immediata conseguenza che la qualità di un evento percettivo dipenda dal mezzo neurofisiologico su cui si innesta. Non esistono qualità sensoriali astratte, in quanto le differenze percettive non possono essere ascritte a proprietà degli impulsi trasmessi nei canali neuronali, ma alla stimolazione dei canali in sé (Smith 1997). A risultare determinante è infatti la stimolazione di una determinata fibra in virtù della particolare rete di connessioni che la lega alle fibre circostanti: ad ogni struttura sinaptica corrisponderanno percezioni diverse⁴⁰.

In realtà, il rapporto tra mente e cervello è depositario di crescente attenzione anche nelle nell'ambito delle neuroscienze contemporanee. In un recente articolo sui fondamenti neurocognitivi della memoria, Paller (2001) argomenta che l'analisi dei processi mentali e lo studio della loro base neurofisiologica non possono essere condotti separatamente gli uni dagli altri, ed auspica la rivalutazione delle reciproche possibilità di

³⁸Circa la sua costituzione Hayek scrive: "la mappa semipermanente, formata da connessioni atte a trasmettere impulsi da neurone a neurone, è semplicemente un apparato per la classificazione o per l'orientamento, che può essere attivato da un nuovo impulso, ma che comunque esiste indipendentemente dagli impulsi particolari che vi procedono in un dato momento. Essa rappresenta il tipo di mondo in cui l'organismo è vissuto, o i diversi tipi di stimoli che hanno assunto per esso un significato" (Hayek 1952, p.170).

³⁹Rispetto al modello, Hayek afferma: "la sua natura è, evidentemente, limitata dalle possibilità che la "mappa" strutturale fornisce, dalle connessioni o dai condotti esistenti; ma, entro questi limiti, il suo carattere sarà determinato dagli effetti combinati degli impulsi attivi." (Hayek 1952, p.171).

⁴⁰"Hayek maintains, rather, that the specific character of the effect of a particular impulse is due 'neither to the attributes of the stimulus which caused it, nor to the attributes of the impulse, but may be determined by the position in the structure of the nervous system of the fibre which carries the impulse'" (Smith 1997, p.6).

scambio. Sotto questo profilo, la qualità delle esperienze sensoriali dipende dalla topologia del sistema nervoso, che è soggetta ad evoluzione continua sia per effetto di mutamenti interni all'individuo, che in seguito alle conseguenze delle sue azioni.

4.2 Le immagini

La letteratura economica sul *problem-solving* e sui processi decisionali ha preso in esame modalità di strutturazione della conoscenza di tipo esclusivamente proposizionale; anche larga parte della produzione scientifica sviluppatasi nell'alveo dei paradigmi dominanti nell'evoluzione delle scienze cognitive, quello simbolico e quello connessionista, si fonda sull'idea che il linguaggio costituisca lo strumento rappresentazionale principale. Già nell'ambito di questa ipotesi, a nostro avviso molto limitante, innestandosi su processi percettivi differenziati la trasformazione dell'informazione percepita in conoscenza soggettiva avviene con modalità eterogenee da un individuo all'altro.

Una ulteriore apertura sul tema deriva tuttavia dal riconoscere anche l'esistenza nella mente umana di meccanismi rappresentazionali di tipo non linguistico, ma figurativo; come evidenziato in altra sede (Patalano 2004), le immagini mentali svolgono ruoli rilevanti nei processi di elaborazione delle informazioni ed acquisiscono peso cruciale nei meccanismi di attribuzione dei significati. Sulla base di queste caratteristiche esse apportano contributi significativi alle relazioni economiche, intervenendo, ad esempio, nei processi di decisione e di coordinamento. Non potendo qui approfondire l'argomento, cui rinviamo il lettore interessato, argomenteremo tuttavia che le immagini costituiscono una ulteriore sorgente di eterogeneità tra gli agenti economici. La nostra tesi verrà sviluppata in due passi logici:

- nel primo, mostreremo che le immagini sono dotate di autonomia rappresentazionale che le rende irriducibili al linguaggio;
- nel secondo, che esse hanno una natura eminentemente visiva.

La *natura* delle immagini mentali è un tema controverso nella storia del pensiero neuropsicologico⁴¹. Esiste tuttavia ormai un'ampia base scientifica che giustifica sul piano teorico la differenza tra pensiero discorsivo e pensiero per immagini, immediatamente comprensibile a livello intuitivo. Dal punto di vista storico, un decisivo passo in questa direzione è stato compiuto con il riconoscimento della natura eminentemente spaziale delle immagini mentali, legato all'opera teorica e sperimentale di Kosslyn (1980; 1990). Nel modello, noto come "*Cathode Ray Tube Protomodel*" perché costruito sfruttando l'analogia con il funzionamento di un tubo

⁴¹Si tratta di un argomento particolarmente controverso nella storia della scienza cognitiva; lo scontro più acceso riguarda due opposte correnti di pensiero, quella "pittorialista" che rivendica l'impossibilità di ridurre le immagini mentali a forme più astratte di rappresentazione a meno di non perdere la loro peculiarità figurale (Kosslyn 1980, 1981, 1990; Pinker 1984) e quella "proposizionalista", che nega invece l'autonomia simbolica delle immagini attribuendo ad esse una natura sostanzialmente proposizionale (Pylyshyn 1973, 1979, 1981, 1984). Un punto di forza dell'argomentazione pittorialista è l'idea che i contenuti cognitivi dipendano dal mezzo tramite il quale sono trasmessi, mentre per i proposizionalisti il contenuto risulta indipendente dalla forma di rappresentazione che lo veicola.

catodico, Kosslyn (1980; 1983) dimostra inoltre che le proprietà simboliche delle immagini dipendono dal “mezzo rappresentazionale” che le sussume, proprio perché qualsiasi oggetto necessita di un sostrato su cui essere rappresentato. Secondo questo modello, la produzione di immagini è analoga alla produzione di una figura sullo schermo di un computer, nel senso che l’informazione sugli oggetti del mondo fisico presente in memoria viene a poco a poco ripescata e ricomposta come i pixel di una rappresentazione sul monitor.

Nel corso degli anni Settanta, questi aspetti hanno trovato sviluppo in studi che analizzavano la relazione tra immaginazione e memoria: in particolare, l’interesse si è concentrato sull’impiego dell’immaginazione come mnemotecnica (Lurija 1968; Paivio 1975) e sugli effetti della qualità dell’immagine sui ricordi (Marks 1973). Nella teoria di Kosslyn (1980; 1983) le immagini mentali vengono generate su un vero e proprio schermo interiore, dotato di una “grana” e di aree più o meno nitide, denominato *visual buffer*; esso è bidimensionale e corrisponde ad una memoria visiva a breve termine, con la conseguenza che l’attivazione di alcune sue aree, ovvero l’immagine, decade se non mantenuta in piedi da compiti di “ripetizione mentale visiva” (*visual rehearsal*). Due punti appaiono particolarmente rilevanti in questa teoria: le immagini così prodotte hanno proprietà che dipendono dalla struttura del buffer, ovvero dal mezzo rappresentazionale, e inoltre sono sempre centrate sulla persona che le genera “e quindi non si può avere un’immagine che esuli dal punto di vista della persona che la sta osservando” (Job 1998, p.139).

Gli studi sul *visual buffer* si sono ulteriormente arricchiti con l’indagine condotta in ambito neurofisiologico⁴², che ha permesso di evidenziare l’esistenza nel cervello di una matrice spaziotopica, corrispondente alla configurazione assunta dai neuroni della corteccia visiva primaria; questi ultimi presentano in particolare una configurazione retinotopica, nel senso che la loro struttura ripete quella dei neuroni della retina, prestandosi a preservare le proprietà spaziali delle immagini retiniche (Ferretti 1998).

Un aspetto cruciale del discorso sulle immagini è che esse sono essenzialmente “viste” piuttosto che “pensate”: questa riflessione sulla loro natura visiva è importante perché se venissero prodotte a partire da contenuti percettivi già elaborati e quindi “pensati”, sarebbero questi ultimi a costituirne l’essenza ed esse non aggiungerebbero nulla di nuovo al pensiero che le genera (Ferretti 1998). In realtà il rapporto tra immaginazione e visione presenta numerose analogie funzionali, che sono emerse nell’ambito di interessanti esperimenti relativi alla capacità dei ciechi congeniti di elaborare immagini mentali. Essi hanno consentito di rintracciare nella visione un sistema complesso, dotato di una dimensione verticale, oltre che orizzontale (Ferretti 1998). Al livello della visione bassa, la percezione degli oggetti genera l’immagine retinica, ed è proprio questo primo processo che nei ciechi risulta irrimediabilmente compromesso; i dati impressi sulla retina subiscono però un ulteriore processo di elaborazione cognitiva prima di comporre l’immagine vera e

⁴² Interessanti esperimenti sono stati condotti dapprima sui macachi e poi sull’uomo, utilizzando in quest’ultimo caso la tomografia ad emissione di positroni (PET), un’apparecchiatura che permette di visualizzare le aree del cervello durante la loro attivazione (Farah 1988).

propria che costituisce l'oggetto finale della visione: questa funzione ulteriore, che caratterizza la visione alta, è generalmente integra anche nei non vedenti.

I risultati sperimentali ottenuti con la PET e con l'analisi di pazienti colpiti da danni alla corteccia visiva (Farah et al. 1988; Kosslyn 1994) hanno confermato anche su base neurofisiologica la presenza di una struttura verticalizzata nel sistema visivo⁴³, corroborando inoltre la tesi che immaginazione e visione condividono buona parte della rispettiva architettura funzionale, fin dai livelli più bassi del sistema stesso. In tale senso, è possibile ipotizzare che sul piano evolutivo l'immaginazione si sia inizialmente configurata come un prolungamento della visione, e abbia poi successivamente acquisito un'autonomia rappresentazionale avvalendosi degli stessi meccanismi propri della percezione visiva (Ferretti 1998).

Le immagini mentali, oltre a possedere una natura visuo-spaziale che le distingue dal pensiero discorsivo e le caratterizza come oggetti visti più che pensati, veicolano più informazione di quella che le ha prodotte. Il contenuto da esse trasmesso non coincide infatti con quello che le ha generate ma si presenta come più ricco ed esteso⁴⁴.

In sintesi, possiamo affermare che:

- le immagini sono generate a partire da uno stimolo percettivo il quale, in analogia con le tesi di Hayek (1952), si configura già come una classificazione operata dal soggetto sul mondo;
- questo primo contenuto subisce un processo di ulteriore elaborazione, nel corso del quale viene nuovamente interpretato dotandosi di una semantica aggiuntiva;
- in questa seconda fase il processo interpretativo è condizionato dalla struttura rappresentazionale propria delle immagini, e che potremmo considerare analoga alla sintassi.

5. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Nelle *Foundations of Economic Analysis* emerge in termini incisivi quella ricerca di generalità che ha animato l'evoluzione del sapere in diversi ambiti, primo fra tutti quello matematico. La valutazione dei tentativi di accedere a strutture concettuali molto generali, operati prima da Hilbert e poi da Bourbaki, non può prescindere dall'evidenziare l'enorme influenza che tali progetti di ricerca hanno esercitato sui paradigmi di pensiero, nonché il progresso conseguito in termini dell'elaborazione di approcci nuovi a fenomeni già noti. Si tratta tuttavia di tentativi falliti per l'impossibilità di rintracciare un linguaggio unico, adatto a rappresentare la

⁴³ Il riferimento principale è costituito dall'articolato modello di Kosslyn (1994).

⁴⁴ In particolare, la ricerca in ambito psicologico e filosofico ha evidenziato i seguenti tre aspetti:

"1. Il "di più" di informazione che le immagini aggiungono al contenuto utilizzato per la loro produzione dipende (sebbene in misura minore) dal carattere di recettività che le immagini mentali condividono con i percetti. 2. Le immagini mentali (come le figure ambigue della visione) sono reinterpretabili: il contenuto espresso in un'immagine mentale non coincide mai con quello necessario alla sua generazione. 3. La reinterpretazione, ovvero la possibilità di scoprire nuova informazione, dipende dalle peculiari proprietà strutturali delle immagini e dai peculiari processi di elaborazione chiamati ad interpretarle" (Ferretti 1998, p.149).

molteplicità di strumenti su cui la matematica si basa: sotto questo profilo, l'accesso ad una varietà di contenuti dalle complesse interrelazioni ha evidenziato i limiti delle "idealizzazioni semplificanti".

Nella evoluzione del pensiero economico, ben al di là della previsione di Boulding, l'opera di Samuelson ha costituito una pietra miliare per gli sviluppi teorici successivi e per la formalizzazione stessa della teoria dell'equilibrio generale. Rispetto all'esigenza di generalità tuttavia, questa mole considerevole di risultati non può adombrare l'esigenza di aggiornamento (ed arricchimento) delle modalità di studio dei fenomeni, posta in evidente risalto dalla letteratura più recente. La riflessione sembra incentrarsi proprio sulla complessità dell'oggetto di ricerca, il comportamento economico, e sull'impossibilità di trattare il tema in termini esclusivamente formali senza che tale scelta comporti una perdita di significatività dell'analisi. L'argomentazione di Boulding sull'eterogeneità evidenzia a nostro avviso il punto più nevralgico del problema. Un primo aspetto rilevante concerne il linguaggio stesso della teoria ed il ricorso estensivo alla "formalizzazione" dei risultati teorici. Appare ad esempio da tempo minata alle radici la possibilità di rintracciare un'equivalenza tra contenuti sintattici e semantici, come evidenziato dai progressi delle scienze cognitive ed in particolare dall'esperimento mentale proposto da Searle: se anche la matematica fosse l'unico linguaggio dell'economia, non potrebbe tuttavia trattarsi di un linguaggio completo per l'esistenza di contenuti semantici non esprimibili attraverso simboli o numeri. Nell'ambito dell'indagine sul tipo di linguaggio più adatto ai fenomeni economici le intuizioni di Boulding e Samuelson appaiono ancor oggi preziose. Prima fra tutte l'idea che i mezzi espressivi non siano neutrali rispetto ai contenuti informativi che veicolano: non è così difatti nei processi di cognizione umana, dove gli "strumenti" impiegati per trasmettere conoscenza -proposizioni, schemi, immagini- risultano caratterizzati da specificità rappresentazionale. Ci sembra, da un lato, che il linguaggio dell'economia non possa trascurare la natura del "soggetto" di cui descrive, spiega e mira a prevedere il comportamento; e che quest'ultimo, d'altra parte, non sia riducibile esclusivamente ad una "variabile internamente omogenea". Esiste certamente uno stadio dell'analisi teorica in cui il ricorso a tale semplificazione si dimostra particolarmente proficuo: si tratta infatti di quel primo livello, menzionato da Boulding, al quale la matematica costituisce uno strumento analitico utile ed elegante. E' tuttavia possibile, e in alcuni casi auspicabile, estendere l'indagine oltre i confini dell'omogeneità, come pionieristicamente evidenziato da Hayek (1952) e dalla letteratura cognitiva sul tema (Rizzello 1997). Nell'analisi di Hayek (1952), la percezione è un processo permeato di soggettività, perché le qualità degli eventi sensoriali traggono origine dalla particolare struttura di connessione tra neuroni, in parte acquisita geneticamente, in parte costituitasi nel corso dello sviluppo individuale. Tali idee hanno trovato una radice fisiobiologica nel concetto di plasticità nervosa, in base al quale i circuiti neuronali vengono continuamente modificati dagli stimoli che ricevono e le strutture cerebrali, per quanto preadattate ad entrare in relazione con la realtà esterna, evolvono in direzioni non prevedibili, né predeterminate. La nostra tesi è che l'analisi dei processi immaginativi consenta di rintracciare una nuova fonte di differenziazione interindividuale. Le immagini sono infatti dotate di autonomia

simbolica e risultano pertanto irriducibili a codici di rappresentazione più astratti perché depositarie di una propria specificità; inoltre, esiste uno stretto legame che collega le immagini ai fenomeni visivi, in accordo con l'intuizione che rintraccia nelle immagini oggetti visti, più che pensati.

Sulla base di queste argomentazioni, riteniamo che l'eterogeneità possa configurarsi come tratto caratterizzante dei soggetti economici e, in quanto tale, necessiti di essere rappresentata dalla teoria: a tal fine la ricerca sembra indirizzarci verso la scelta di linguaggi plurali e verso l'indagine delle specificità che ciascuno di essi può esprimere.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

Backhouse R. (1990), *Storia dell'analisi economica moderna*, Zanichelli, Bologna.

Bellone E. (a cura di) (1988), *Albert Einstein. Opere scelte*, Torino.

Bottazzini U.(1996), *Teoremi e congetture*, in Geymonat (1996), vol.X.

Boulding K. (1948), Samuelson's Foundations: The Role of Mathematics in Economics. Review article of Paul Samuelson, *Foundations of Economic Analysis*, *Journal of Political Economy*, n.56,3, pp.233-247.

Boulding K. (1955), testo presentato al seminario "Application of Mathematics to the Social Sciences" presso l'Università del Michigan, nella versione riassunta da Slater H. e consultabile presso: [//csf.colorado.edu/authors/Boulding.Kenneth/limits_of_math.html](http://csf.colorado.edu/authors/Boulding.Kenneth/limits_of_math.html)

Boulding K. (1956), *The Image. Knowledge in Life and Society*, Ann Arbor Paperbacks, The University of Michigan Press.

Bourbaki N. (1958-1964), *Elements de mathématiques*, Libri I-XXIV, Hermann, Paris.

Castelfranchi C. (2002), For a "Cognitive Program". Explicit Mental Representations for *Homo Oeconomicus* (The Case of Trust), *Primo Convegno dell'Associazione Italiana di Scienze Cognitive "Scienze Cognitive ed Economia"*, Rovereto 20-21/9/2002.

Cellucci C. (1971), Concezioni di insiemi, *Rivista di filosofia*, LII, n.2.

Churchland P.M. (1979), *Scientific Realism and the Plasticity of Mind*, CUP, Cambridge.

Crowe M.J. (1975), Ten 'Laws' Concerning Patterns of Change in the History of Mathematics, *Historia Mathematica*, n.2.

Dennet D.C. (1978), *Brainstorms: Philosophical Essays on Mind and Psychology*, Bradford Books, Cambridge MA.

Egidi M. (2000a), Biases in organizational behavior, *Workshop on Cognitive Economics*, Torino-Alessandria, 15-18/11/2000.

Egidi M. (2000b), "Bias" cognitivi nelle organizzazioni, *Sistemi Intelligenti*, n.2, anno XII.

Egidi M. e Narduzzo (1977), The Emergence of Path Dependent Behaviors in Cooperative Contexts, in *International Journal of Industrial Organizations*, 15, 6.

Einstein (1921) citato in Bellone E. (1988)

Farah M.J. (1988), Is Visual Imagery Really Visual? Overlooked Evidence from Neuropsychology, *Psychological Review*, n.95.

Ferretti F. (1998), *Pensare vedendo. Le immagini mentali nella scienza cognitiva*, Carocci Editore, Roma.

Fodor J.A.(1981), *Representations: Philosophical Essays on the Foundations of Cognitive Science*, MIT Press, Cambridge MA.

Fodor J.A. (1994), *The Elm and the Expert*, MIT press, Cambridge MA.

Fodor J.A., (1975), *The language of thought*, Harvard University Press, Cambridge MA.

Fodor J.A., (1989), *La mente modulare*, trad.it. Il Mulino, Bologna.

Frege G. (1893), *Grundgesetze der Arithmetik, Begriffsschriftlich abgeleitet*, 1.Band, Jena; selected translation by Furth M., as *The Basic Laws of Arithmetic, Exposition of the System*, Un. Of California Press, Berkly, 1967.

Geymonat L. (1996), *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, vol.VIII, IX e X, Garzanti.

Gibbs J.W. (1952), citato in Samuelson (1952).

Hayek F. (1952), *The Sensory Order. An Inquiry into the Foundations of Theoretical Psychology*, London, Routledge & Kegan Paul.

Hilbert D. (1899), *Grundlagen der Geometrie*, 1st Edition, Teubner; 10th Edition translated by Unger L., as *Foundations of Geometry*, Open Court, 1997.

Job R. (a cura di) (1998), *I processi cognitivi. Modelli e ricerca in psicologia*, Carocci Editore, Roma.

Kitcher P. (1980), Mathematical Rigor –Who Needs It?, *Nous*, n.15.

Kosslyn S.M. (1980): *Image and Mind*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.).

Kosslyn S.M. (1981): The Medium and the Message in Mental Imagery. A Theory, in Block N. (ed.), *Imagery*, MIT Press, Cambridge (Mass.), 1981.

Kosslyn S.M. (1983): *Ghosts in the Mind's Machine. Creating and Using Images in the Brain*, W.W.Norton Co., NY; trad. it. Giunti 1989, Firenze.

Kosslyn S.M. (1990): Mental Imagery, in Osherson et al. (eds.), *Visual Cognition and Action. An Invitation to Cognitive Science*, vol.2, MIT, Cambridge (Mass.), 1990.

Kosslyn S.M. (1994): *Image and Brain. The Resolution of the Imagery Debate*, MIT, Cambridge (Mass.).

Kosslyn S.M., Ball T. e Reiser B.J. (1978): Visual Images Preserve Metric Spatial Information: Evidence from Studies of Image Scanning, *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, n.4

Lakatos (1962), Infinite Regress and the Foundations of Mathematics, *Aristotelian Society Supplementary*, n.36.

Lindzey G., Thompson R.F., Spring B. (1988), *Psychology*; trad. it. Zanichelli, Bologna, 1991.

Lurija A.R. (1968), *The Mind of a Mnemonist*, Basic Books, NY and London; trad.it. Editori Riuniti, Roma, 1991.

Mangione C. (1996), *La logica nel ventesimo secolo (I)*, in Geymonat (1996), vol.VIII.

Mangione C. (1996), *La logica nel ventesimo secolo (II)*, in Geymonat (1996), vol.IX.

Marengo L. (2000), Decomposability, Representation and Selection in Collective Problem-Solving, Dept. of Economics, University of Trento; presentato al *Workshop on Cognitive Economics*, Torino-Alessandria, 15-18/11/2000.

Marks D.F. (1973), Visual Imagery Differences in the Recall of Pictures, *British Journal of Psychology*, n.64.

Marr D. (1982), *Vision*, Freeman, S. Francisco.

Nagel T.(1980), The Limits of Objectivity, in Sterling M. e McMurrin (ed.), *The Tanner Lectures on Human Values*, vol.I, University of Utah Press and CUP.

Newell e Simon H. (1972), *Human Problem Solving*, Prentice Hall, Englewood.

Oliverio A. (1999), *Esplorare la mente. Il cervello tra filosofia e biologia*, Raffaello Cortina Editore, Milano.

Paivio A. (1971), Imagery and Language, in Segal S. (ed.), *Imagery: Current Cognitive Approaches*, Academic Press, NY, 1971.

Paivio A. (1975), Neomentalism, *Canadian Journal of Psychology*, n.29.

Paller Ken A. (2001), Neurocognitive Foundations of Human Memory, *The Psychology of Learning and Motivation*, vol.40.

Patalano R. (2004), Aldilà della razionalità: le immagini come guida al comportamento, in corso di stampa su *Sistemi Intelligenti. Rivista italiana di scienze cognitive*.

Patalano R. e Rizzello S. (2003), Il concetto di *image* nel pensiero di Kenneth Boulding e le implicazioni per la teoria economica contemporanea, *Storia del Pensiero Economico*, n.45.

Pinker S. (1984), Visual Cognition: an Introduction, *Cognition*, n.18.

Poincaré (1905), *The Value of Science*; traduzione inglese di G.B.Halsted (1958), Dover, New York.

Pylyshyn Z. W. (1984), *Computation and Cognition*, Cambridge MA, MIT Press.

Pylyshyn Z.W. (1973), What the Mind's Eye Tells the Mind's Brain: a Critique of Mental Imagery, *Psychological Bulletin*, n.80.

Pylyshyn Z.W. (1978), Imagery and Artificial Intelligence, in Block (ed.), *Imagery*, MIT, Cambridge (Mass.), 1981.

Pylyshyn Z.W. (1981), The Imagery Debate. Analog Media versus Tacit Knowledge, *Psychological Review*, n.88.

Rizzello S. (1997), *L'economia della mente*, Laterza Bari; trad. ingl. *The Economics of the Mind*, Elgar Adelrshot, 1999.

Samuelson P.A. (1947), *Foundations of Economic Analysis*; enlarged edition Harvard University Press, Cambridge MA (1983).

Samuelson P.A (1952), Economic Theory and Mathematics: An Appraisal, *American Economic Review*, n.42.

Searle J.R. (1980), Minds, brains and programs. *Behavioral and Brain Sciences*, n.3.

Searle J.R. (1998), *Il mistero della coscienza*, Raffaello Cortina Editore, Firenze.

Shepard R.N. (1978), The Mental Image, *American Psychologist*, n.33.

Smith Barry (1997), The Connectionist Mind: A Study of Hayekian Psychology, in *Hayek: Economist and Social Philosopher*, S.F.Frowen, MacMillan, London.

Smorynsk C. (1983), *The Mathematical Intelligencer*, vol.5, n.1, Springer-Verlag, New York.

Spengler O (1918-1922), *Der Untergang des Abendlandes*, C.H.Beck, vol.I (1918), vol.II (1922); trad. ingl. *The Decline of the West*, Knopf, New York (1926-1928).

Wilder R.L. (1950), The Cultural Basis of Mathematics, *International Congress of Mathematicians*.

Wilder R.L. (1981), *Mathematics as a Cultural System*, Pergamon Press, Oxford.