



Via Po, 53 – 10124 Torino (Italy)
Tel. (+39) 011 6702704 - Fax (+39) 011 6702762
URL: <http://www.de.unito.it>

WORKING PAPER SERIES

**PARETO ET L'ECONOMIE MATHÉMATIQUE AU DÉBUT DES ANNÉES '90
QUELQUES RÉFLEXIONS À PROPOS DES
"CONSIDERAZIONI SUI PRINCIPII FONDAMENTALI DELL'ECONOMIA POLITICA PURA"**

Roberto Marchionatti e Fiorenzo Mornati

Dipartimento di Economia "S. Cagnetti de Martiis"

Centro di Studi sulla Storia e i Metodi dell'Economia Politica
"Claudio Napoleoni"
(CESMEP)

Working paper No. 09/2002



Università di Torino

Pareto et l'économie mathématique au début des années '90

Quelques réflexions à propos des “Considerazioni sui principii fondamentali dell'economia politica pura”

Roberto Marchionatti et Fiorenzo Mornati

*Centro studi sulla storia e i metodi dell'economia politica “ Claudio Napoleoni ”
Dipartimento di economia – Università di Torino*

Introduction

Ces dernières années est apparue une nouvelle vague des études concernant Pareto, stimulée notamment par la perspective du centenaire du *Cours d'économie politique*¹.

Notre contribution rejoint ce courant avec pour but d'approfondir la connaissance de la pensée parétienne de la période qui précède immédiatement le *Cours*. À cette période appartiennent notamment les “Considerazioni sui principii fondamentali dell'economia politica pura” (dorénavant “Considerazioni”), une série d'articles parus dans le *Giornale degli economisti* entre mai 1892 et octobre 1893². Avec deux autres articles publiés quelque temps auparavant³, ils représentent la première mouture de l'économie pure parétienne. Somme toute, et en dépit du fait qu'ils sont cités assez souvent, ces écrits nous semblent avoir été peu étudiés jusqu'ici. Parmi les rares exceptions, nous trouvons Chipman⁴, qui a été le premier à s'être penché, bien que brièvement, sur la contribution de Pareto à la loi de demande, en attirant même l'attention sur le fait que Pareto, à la différence de la littérature de cette période, était fort intéressé aussi par les implications empiriques de la théorie de l'utilité. Marchionatti-Gambino⁵ soulignent le caractère novateur de cette attitude parétienne et le placent dans de cadre de l'approche méthodologique expérimentale suivi par Pareto. Mornati⁶ met en évidence la complexité des écrits parétiens où les réflexions critiques sur l'économie pure font partie d'une structure politique, celle de la bataille libre-échangiste à laquelle Pareto adhère dès 1887. Plus récemment Weber⁷ a remarqué que les “Considerazioni”, même en affichant une théorie de l'utilité encore largement cardinaliste, renfermeraient déjà quelques allusions à sa version ordinaliste.

Le but de cet article est donc celui d'approfondir l'analyse des “Considerazioni”. Notamment, après avoir reconstruit leur genèse et leur développement, nous en détecterons les nouveautés principales vis-à-vis de l'économie mathématique de la période.

1. L'économie mathématique à l'époque des “Considerazioni”

Entre la fin des années quatre-vingt et le début des années quatre-vingt-dix, la nouvelle économie mathématique marginaliste enregistre la parution de plusieurs ouvrages importants. Nous faisons allusion notamment :

- à la deuxième édition des *Eléments d'économie politique pure* de Léon Walras (1889)⁸, qui proposait le nouveau “Théorème de l'utilité maximale des capitaux neufs”⁹, que Walras considérait comme l'achèvement de sa théorie des prix ;

- à la parution de la première (1890) et puis de la deuxième édition (1891) des *Principles of Economics* d'Alfred Marshall¹⁰ dont les parties consacrées à l'économie pure unifiaient, comme le dit Edgeworth dans son compte-rendu¹¹, "in a comprehensive view" les théories de l'utilité marginale et du coût de production en les plaçant, ainsi, à la base de la théorie mathématique de l'offre et de la demande.

- à la parution des *Untersuchungen über die Theorie des Preises* (1889) par les autrichiens Rudolf Auspitz et Richard Lieben¹², un ouvrage axé lui aussi, dans un contexte d'équilibre partiel, sur les concepts des courbes de demande et d'offre;

- aux débats entre Edgeworth, Walras, Bortkiewicz, Auspitz qui, entre 1889 et 1891, ont mis en évidence le clivage entre les deux approches, celle walrassienne et celle marshallienne, désormais affichées par l'économie mathématique.

Les courants de cette nouvelle économie mathématique (nous pouvons l'appeler comme cela pour la distinguer de celle proposée par les auteurs qui avaient précédé la révolution marginaliste) nous semblent, quand même, partager deux éléments de taille: l'importance assignée au rôle des mathématiques et l'hypothèse hédoniste. Les mathématiques, la science reine telle que l'avait appelé Edgeworth, étaient considérées comme une caution de scientificité dès qu'elles permettaient de faire recours à une manière de raisonner rigoureusement déductive. Notamment, les mathématiques semblaient le langage le plus efficace pour comprendre et décrire les hypothèses, tirées de plus en plus de l'analogie mécanique, sur lesquelles reposait désormais la théorie économique. Parmi celles-ci, l'hypothèse hédoniste affirme que les êtres humains agissent poussés par le désir de la plus grande satisfaction de leurs besoins par le biais du moindre sacrifice individuel. Cette manière de voir le comportement humain était interprétée comme un problème consistant à trouver un maximum sous contrainte, d'où le recours, pour le résoudre, au calcul, avec Edgeworth¹³ (1881 et 1889) qui parle à dessein de calcul économique en tant qu'étude d'un système de forces hédonistes qui visait la maximisation de l'utilité individuelle. Du point de vue analytique, les résultats les plus importantes de l'économie mathématique avaient porté sur la théorie du consommateur et la théorie de l'échange qui, chez tous les auteurs susmentionnés, étaient exposées d'une manière très générale et simple à partir d'un petit nombre de prémisses très abstraites.

Il y avait, quand même, des différences non négligeables, à commencer par le rôle des mathématiques et l'ampleur que leur usage pouvait prendre. Si Walras considérait les mathématiques comme la méthode naturelle de l'économie politique en tant que science physico-mathématique, Marshall, par contre, était persuadé¹⁴ que "the right place for mathematics in a treatise on economics is the back-ground", dès que la nature compliquée et peu précise des faits économiques limitait d'emblée le rôle que les longues chaînes du raisonnement déductif auraient pu jouer dans la science économique¹⁵. Edgeworth¹⁶ se rangeait avec Marshall, en soulignant que la théorie mathématique de l'économie était sérieusement entravée par le manque de données quantitatives, par l'inévitable brièveté du raisonnement formel dans cette discipline et par la modeste connaissance que les économistes avaient de mathématiques. Il en concluait que "our little branch of learning is of quite rudimentary form" et que "the solid structure and regular ramifications of the more developed mathematical sciences are wanting".

Une distinction semblable se retrouve aussi à propos du niveau d'abstraction: Edgeworth reproche à Walras de faire recours à des hypothèses beaucoup trop éloignées de la réalité¹⁷.

Cette importante polémique vient au grand jour lors que Edgeworth publie son compte-rendu de la deuxième édition des *Eléments*¹⁸.

Edgeworth, même en y louant Walras en tant que “one of the favoured few to whom belongs the honours of having made a discovery in economics”, critique plusieurs points essentiels de la théorie walrassienne. Il s’agit, en premier lieu, de l’hypothèse de l’entrepreneur idéal qui fait ni profits ni pertes (conséquence nécessaire du choix théorique de ne considérer que la “final utility” au détriment de la “disutility of labour” et du coût de production) et qui lui paraît trop abstraite. Après cela Edgeworth conteste la théorie du tâtonnement lorsqu’elle s’efforce de traiter un problème dynamique avec des outils statiques qui ne permettent de détecter qu’une des solutions possibles^{19 20}.

Mécontent, Walras reprochait avant tout à Edgeworth d’être “un peu inféodé à Marshall”²¹ et aux économistes anglais, en général, d’être “toujours empêtrés dans l’ornière de Ricardo”²². Cela dit, il accuse Edgeworth²³ de l’avoir critiqué sur le point le plus assuré de sa théorie (le tâtonnement). Walras confia la réponse à son élève Bortkiewicz, qui se borna à un exposé plutôt scolastique du problème (étant donnés la distribution des ressources entre les individus, leurs goûts et leurs propensions à épargner, déterminer, dans une économie de concurrence parfaite, les quantités produites et les prix et des biens de consommation et des capitaux neufs) et de la solution walrassienne par le biais de l’emboîtement de l’équilibre de l’échange dans celui de la production et de ce dernier dans l’équilibre de la capitalisation. Sur cette base, Bortkiewicz pouvait répondre à Edgeworth²⁴ que Walras avait traité la désutilité du travail et le coût de production dans la théorie de la production (où l’équilibre se détermine lors que le prix est égal au coût de production et la quantité demandée de services de production est égale à la quantité offerte) et que le tâtonnement n’implique pas une approche dynamique de la question de l’équilibre.

Edgeworth réagit par un long article²⁵ où il précise sa critique de Walras. Ainsi, le processus de tâtonnement lui semble défaillant dès qu’il ne prend pas en compte la structure du marché dont dépend la manière par laquelle les marchés réels atteignent l’équilibre. Et en rappelant, plus tard, ce débat²⁶ Edgeworth, sur le même registre, estimait l’hypothèse d’un entrepreneur qui fait ni profits ni pertes une simplification plutôt à pardonner qu’à louer.

Ce différend entre Walras et les économistes anglais se reflète aussi dans l’autre débat important de la période, qui concerne Walras et les autrichiens Auspitz et Lieben à propos de leur ouvrage *Untersuchungen über die Theorie des Preises*²⁷. Dans le sillon de Marshall, mais sans ses ménagements à propos de la validité des hypothèses de *ceteris paribus* et de la constance de l’utilité marginale de la monnaie²⁸, les deux économistes autrichiens veulent détecter les variables qui déterminent la quantité consommée d’une marchandise, dans une économie d’échange monétaire où les quantités des autres marchandises et la valeur de la monnaie sont données. À l’aide d’un modèle axé sur des courbes de demande et d’offre plutôt sophistiquées, la quantité cherchée est établie lorsque le prix est égal au coût de production et à l’utilité marginale, exprimée en monnaie, de la dernière unité produite. De ce modèle, les auteurs tiraient des déductions ayant trait avec le commerce international, le monopole, l’impôt, le théorème du maximum d’utilité en régime de libre concurrence etc.

Walras²⁹ reproche immédiatement à Auspitz et Lieben “le tort grave” consistant à expliquer ces deux courbes à l’aide d’une seule variable. Ensuite, Walras écrit un bref article³⁰ où il critique l’usage de l’analyse partielle, notamment dans sa formulation marshallienne, en raison de l’emploi du numéraire (qui est contraire à la “bonne méthode scientifique.... sans une analyse préalable”) et de l’hypothèse que tous les prix, sauf celui de la marchandise étudiée, soient donnés.

Auspitz et Lieben rétorquent³¹ que l'hypothèse de constance de l'utilité marginale de la monnaie est, en tout cas, moins abstraite que la théorie walrassienne de l'échange qui ignore totalement la monnaie et que, dans certains cas, la clause *ceteris paribus* est cohérente. De surcroît, les deux Autrichiens critiquent l'hypothèse walrassienne des coûts constants [et égaux] de tous les producteurs en équilibre à laquelle ils opposent celle de coûts croissants [et inégaux]. En fait, l'expérience nous montre que, lorsque la quantité demandée d'une marchandise est égale à celle offerte, le prix n'égalise que le coût de l'entreprise la moins efficace; les autres continuent à faire des profits. Somme toute, selon eux, l'hypothèse selon laquelle les entrepreneurs ne font ni profits ni pertes, dans un marché de concurrence parfaite, équivaut à supprimer l'entrepreneur.

À cette occasion, la défense du professeur lausannois sera assurée par son futur successeur, Pareto.

2. Pareto au début des années '90: libre-échangiste, expérimentaliste et mathématicien

Qui donc est ce Pareto qui, en été 1891, se lance dans l'étude de l'économie mathématique?

Après sa démission, en mai 1890, de la direction générale des forges de San Giovanni Valdarno, Pareto a beaucoup de temps à sa disposition: il décide de le consacrer, en bonne partie, à étoffer du point de vue scientifique (et, plus en général, stratégique) ce camp radico-libéral (largement acquis, aussi, à la bataille libre-échangiste) auquel il a adhéré au moins à partir de 1885, après avoir milité, pendant une dizaine d'années, dans le groupe libéral conservateur mené par l'ancien ministre et ancien maire de Florence Ubaldino Peruzzi.

A la suite de la guerre commerciale entre l'Italie et la France, qui éclata en 1887, Pareto commençait à réfléchir sur les fondements économiques du libéralisme. Au début, sa méditation emprunte le contenu et les méthodes de Gustave de Molinari, le directeur du *Journal des Economistes*. Tous deux estiment nécessaire de produire une description plus attentive, mais aussi plus claire, des méfaits du protectionnisme, notamment en faisant voir que ses principales victimes en sont bien les prolétaires³². Pareto ajoute à l'approche de l'économiste franco-belge deux points cruciaux: la nécessité de procurer au libre-échangisme le plus grand nombre possible d'alliés politiques et sociaux³³ et la désidérabilité de lui donner une base scientifique renouvelée. La lecture des *Principii di economia pura* de Pantaleoni³⁴ et sa rencontre personnelle avec Walras, deux événements de l'été 1891³⁵, offrent à Pareto le stimulant décisif pour réaliser cette deuxième partie de son ambitieux projet politico-scientifique³⁶.

Mais le Pareto qui fait ses armes en économie mathématique n'est pas uniquement un ingénieur qui ajoute à sa vieille et brûlante passion pour les mathématiques³⁷ un nouvel intérêt pour les problèmes de la théorie économique. Il démontre aussi avoir déjà acquis une conception critique des activités scientifiques, qui se reflète parfaitement dans les *Considerazioni*, où se trouve d'importants, aussi si fragmentaires, développements épistémologiques dont nous donnons une première esquisse interprétative en sept points³⁸.

1. Dans cette série d'articles, en fait, Pareto part d'un point de repère méthodologique précis: l'approche suivie par les sciences naturelles³⁹ qui, comme Pareto l'explique dans le *Cours d'économie politique*, est celle de l'étude des "propriétés naturelles de certaines choses"⁴⁰, dont l'objectif unique est de mettre le chercheur en mesure de connaître la vérité⁴¹. Et par vérité, Pareto entend la reproduction des faits en tant que conséquences logiques de certaines prémisses⁴².

2. Pareto développe sa position méthodologique en précisant, avant tout, que la science ne peut étudier que des phénomènes moyens⁴³ sans, d'ailleurs, être encore contrainte par la prétention platonicienne qu'il faut préalablement en connaître l'essence⁴⁴.

3. Ensuite Pareto se range aux conceptions méthodologiques du *System of Logic* de John Stuart Mill⁴⁵ et de *Mind and Body* d'Alexander Bain⁴⁶.

Pareto emprunte notamment à Bain la thèse que, compte tenu des ressources intellectuelles toujours limitées engagées dans la démarche scientifique⁴⁷, il en résulte que les sciences naissent et se développent toujours selon les mêmes modalités, ce qui permet, par le biais de l'étude de l'histoire de sciences, de prévoir ce qui va arriver dans n'importe quel domaine scientifique⁴⁸. Et, comme Pareto l'expliquera mieux dans le *Cours*⁴⁹, ce développement uniforme consiste, dans un premier temps, à analyser les différentes parties d'un phénomène et, dans un deuxième temps, à synthétiser les résultats partiels ainsi obtenus.

4. Pareto probablement adhère à la méthode déductive concrète comme, parmi les méthodes scientifiques proposées par J.S.Mill⁵⁰, elle reflète mieux ce type de développement⁵¹. En fait cette méthode⁵², dans l'interprétation de Pareto, consiste à extraire (plus par le biais de l'observation que de l'abstraction) du phénomène concret ses propriétés principales à partir desquelles cette méthode construit (au moyen des mathématiques) une théorie "qui a ensuite besoin d'être vérifié en la rapprochant des phénomènes concrets". Elle peut ensuite être appliquée à la pratique en la synthétisant avec les acquis des autres théories qui s'occupent du même phénomène.

5. Par contre, ce n'est qu'après l'indication (donnée encore une fois par l'histoire des sciences naturelles) que la quantité et la qualité (simplicité des démonstrations) des connaissances ont progressé par le biais du recours aux méthodes mathématiques que leur usage, en tant que la forme la plus perfectionnée de la méthode déductive concrète, est justifié, notamment à l'économie politique⁵³.

6. Cette dernière attitude n'empêche pas, loin de là, Pareto de se méfier du rôle joué par les mathématiques⁵⁴. Il partage⁵⁵, en fait, la conception de J.S.Mill⁵⁶ selon laquelle les mathématiques ne sont qu'une machine à syllogismes dont les conclusions ne sont qu'une reformulation des prémisses. La valeur heuristique des conclusions ne dépend donc que du contenu des prémisses (notamment de leur degré de conformité à la réalité) qui ne peut être bien saisi qu'à l'aide des sciences naturelles⁵⁷. De manière à réduire les possibilités d'avoir mal saisi une question, Pareto prône même le recours aux méthodes historiques (différentes vis-à-vis de celles de sciences morales qu'il estime trop floues⁵⁸) et biologiques⁵⁹.

7. Mais, somme toute, Pareto garde toujours à l'esprit que, nonobstant tous les ménagements méthodologiques possibles, la vérité n'est pas atteignable⁶⁰ et que, donc, en tant que critère du bien fondé d'une théorie, il ne faut retenir, un peu à la Popper *ante litteram*, que sa capacité de surmonter les objections empiriques⁶¹. Par contre Pareto est opposé à la tendance de trouver une justification à posteriori à chaque théorie défailante vis-à-vis des faits⁶².

3. Les origines et le développement des “Considerazioni”

Le parcours intellectuel qui conduit Pareto aux “Considerazioni” débute en été 1891, après la lecture des *Principi di economia pura* de Maffeo Pantaleoni, qui avait amoindri la méfiance parétienne vis-à-vis de l'économie mathématique, liée à l'attitude favorable à l'étatisme qu'il croyait détecter chez Walras et Cournot⁶³. Maintenant,

Pareto partage avec cette école le recours à l'outil mathématique, mais n'accepte pas sans réserves l'hypothèse hédoniste. À ce propos, Pareto relève immédiatement⁶⁴ que la pente négative attribuée aux courbes d'utilités n'est pas fondée sur des données empiriques suffisantes; que l'*homo oeconomicus* n'existe pas dans la réalité, d'où l'arbitraire du caractère rationnel (et non pas simplement habituel) que l'école hédoniste attribue aux actions humaines, y compris celles sous-tendant la théorie de l'échange où les échangistes feraient des comparaisons (dépassant même leurs capacités) entre les degrés finals d'utilité des marchandises échangées; ainsi que le manque de précision dans la définition de ce degré final d'utilité. Ces doutes sont à l'origine des "Considerazioni"⁶⁵, une contribution qui a comme but initial d'apporter des éclaircissements au concept de degré final d'utilité. C'est pendant cette première phase de la laborieuse préparation des cinq livraisons de cet article que Pareto, grâce à l'importante collaboration bibliographique de son *talent scout* Pantaleoni⁶⁶ améliore sensiblement ses connaissances de la littérature en économie mathématique. Il prend notamment connaissance du différend qui oppose Walras à Auspitz et Lieben. Pareto juge cette querelle très importante (tandis qu'il semble ignorer celle entre Walras, Bortkiewicz et Edgeworth) pour mieux saisir les enjeux de la nouvelle école et il décide, donc, d'y participer⁶⁷.

L'achèvement de la première livraison des "Considerazioni" est ainsi reporté au début de mars 1892, aussi parce qu'il n'est pas encore "interamente soddisfatto" des résultats méthodologiques⁶⁸. Ensuite Pareto conclut déjà en avril la deuxième livraison (qui sera publiée au mois de juin 1892) en prétendant, dans la foulée de sa réplique à Auspitz et Lieben, placer sous l'égide de l'équilibre général la démonstration selon laquelle l'utilité marginale de la monnaie ne peut pas être constante⁶⁹. La troisième livraison est achevée au début de juillet (et publiée au mois d'août) et porte sur trois sujets qui paraissent à Pareto "importants et nouveaux": le calcul des degrés finals d'utilité, la moyenne de ces degrés (la formule proposée par Walras y est écartée comme beaucoup trop superficielle⁷⁰) et le maximum de l'utilité totale dans le cas de trocs répétés. C'est à ce moment précis que Pareto semble saisir son rôle dans le processus de création de la nouvelle science économique-mathématique⁷¹.

Ces trois premières livraisons lui valent l'approbation d'Edgeworth⁷², celle, enthousiaste, de Walras⁷³ et la critique de l'économiste parisien Maurice Block⁷⁴.

Les deux dernières livraisons sont rédigées et publiées plus tard; la quatrième est achevée au début de l'automne (et publiée en janvier 1893) et porte surtout sur des essais de calcul du degré final d'utilité; la dernière est complétée début août 1893 (et publiée au mois d'octobre suivant) et retravaille le sujet du consommateur rationnel. Dans cette dernière période, Pareto semble juger, pour l'instant du moins⁷⁵, que le sujet du troc a été suffisamment creusé⁷⁶, d'où l'opportunité d'aller à la quête de nouveaux théorèmes: l'appel à Lausanne, et le rapprochement plus pédagogique-théorique qu'épistémologique avec l'équilibre général walrassien qui s'en suit, marquera la fin de la période des "Considerazioni" qui, du point de vue éditorial et peut-être scientifique aussi, sont un ouvrage inachevé.

4. Les principaux sujets des "Considerazioni"

Du point de vue de l'histoire de la pensée économique, les thèmes les plus importantes abordés par Pareto dans les "Considerazioni" nous semblent les suivantes: les réflexions critiques sur la nature et les limites des hypothèses à la base des nouvelles théories (§ 4.1); la nécessité impérative de mieux connaître les degrés finals d'utilité, ce qui indique le caractère de l'adhésion novatrice que Pareto donne enfin aux nouvelles théories (§ 4.2); plusieurs

propositions analytiques qui découlent de deux points qui précèdent et qui mettent bien en évidence la capacité de Pareto de mettre sa maîtrise de mathématiques supérieures au service des nouvelles théories (§ 4.3).

4.1. À propos des limites épistémologiques des théories hédonistes

C'est bien à partir de la base épistémologique rappelée au § 2, que Pareto aborde les prémisses et les déductions des théories hédonistes.

Selon Pareto, la théorie de la valeur est bien la partie principale de la théorie économique et porte sur l'explication des prix enregistrés sur n'importe quel marché⁷⁷. L'analyse critique, faite par le biais de la méthode concrète déductive, de la théorie de la valeur proposée par la nouvelle école marginaliste (dont l'exposé le plus rigoureux est celui d'Edgeworth⁷⁸) doit donc dénicher les hypothèses choisies, détecter les propositions qui en sont tirées (en utilisant les mathématiques) et les confronter aux faits.

L'hypothèse fondamentale est celle de l'*homo oeconomicus*, c'est-à-dire d'un agent hédoniste parfait, qu'Edgeworth décrit en tant qu'une machine à la quête du plaisir, dont l'attitude est à étudier par le biais du calcul des variations⁷⁹. Cette hypothèse, selon Pareto, est simple et saisit une grande part de la vérité mais, justement pour cela, elle doit précisément être bien creusée avant d'en tirer des propositions qui, si elles étaient démenties par les faits, balayeraient toute la théorie, y compris les propositions qui avaient passé l'épreuve des faits. En fait cette hypothèse ne donne pas une définition précise ni du plaisir cherché dans l'immédiat, ni même de l'attitude humaine vis-à-vis du futur, qui peut aller de l'insouciance des sauvages aux anticipations des spéculateurs de métier aux besoins non immédiats de l'homme raisonnable⁸⁰. Or la forme de l'hypothèse de l'*homo oeconomicus* que semble retenir Pareto, parce que la moins éloigné de la réalité, est bien celle réduite, mais déjà la plus populaire, de l'*homo oeconomicus* en tant qu'hédoniste parfait mais non celle plus générale qui présenterait l'*homo oeconomicus* en tant que personne également dotée d'anticipations parfaites et qui pourvoit d'une manière raisonnablement satisfaisante à ses besoins futurs⁸¹.

4.2. La nécessité d'avoir la connaissance la plus précise possible à propos des degrés finals d'utilité

Pareto examine ensuite ce qu'il considère comme le "principe fondamental du calcul hédoniste", qu'il présente, sans en discuter les implications économiques, sous forme des conditions de premier ordre pour maximiser une fonction. Ce principe peut donc être exposé de deux manières: chacun poursuit la transformation des biens qu'il possède jusqu'à ce qu'il atteigne l'utilité totale maximale ou bien jusqu'à ce que le degré final d'utilité de chacun des biens transformés s'annule⁸². Nonobstant ces deux formules ont la même signification analytique, selon Pareto c'est la seconde qu'il faut retenir car elle décrit mieux la démarche suivie par les transformateurs que nous pouvons observer dans la réalité⁸³.

Toutefois, ce que son choix méthodologique lui impose c'est bien d'induire, de la manière la plus claire possible, ce concept de degré final d'utilité de l'observation de la réalité, c'est-à-dire d'en réussir sa mesure, même par un biais indirect⁸⁴.

Le point de départ de cet essai est bien la récolte du plus grand nombre d'informations, les plus pointues possibles, en ce qui concerne les prix et les quantités échangées de marchandises afin de pouvoir estimer leurs courbes d'offre et de demande⁸⁵ et (compte tenu aussi de l'hypothèse que l'utilité marginale d'une marchandise dépend uniquement de sa consommation) la valeur des utilités marginales (moyennes, c'est-à-dire sociales) des n marchandises a,b,c.... $\varphi_a(r_a), \varphi_b(r_b), \varphi_c(r_c), \dots$ en faisant recours, en raison de la modeste qualité des données, aux méthodes d'interpolation plutôt qu'à celles des moindres carrés ordinaires.

La démonstration théorique de cette démarche, dans le cas d'une fonction d'utilité additive, est la suivante⁸⁶.

Les quantités échangées des n marchandises mentionnées sont représentées par r_a, r_b, r_c, \dots et les prix par p_a, p_b, p_c, \dots

Pareto aborde, en premier lieu, le problème consistant à déterminer les n inconnues $\varphi'_a(r_a), \varphi'_b(r_b), \dots$ lors que nous connaissons les lois de la demande et de l'offre, c'est à dire les relations entre les quantités $r_a, r_b, \dots, p_a, p_b, \dots$ ⁸⁷, et dans le cas, traité à titre de simple introduction, d'un seul consommateur⁸⁸.

Dans les équations de la contrainte budgétaire (1) et de l'équilibre du consommateur (2)

$$r_a + p_b r_b + p_c r_c + \dots = 0 \dots (1)$$

$$\varphi_a(r_a) = \frac{1}{p_b} \varphi_b(r_b) = \frac{1}{p_c} \varphi_c(r_c) = \dots (2)$$

il n'y a que (n-1) variables indépendantes⁸⁹: Pareto retient les r_b, r_c, \dots

La condition que $\varphi_b(r_b)$ ne dépende que de r_b est formulée, à partir de deux premiers termes de la (2), par le biais des (n-2) conditions

$$\frac{\partial p_b}{\partial r_c} \varphi_a(r_a) + \varphi'_a \frac{dr_a}{dr_c} p_b = \varphi'_b \frac{dr_b}{dr_c} = 0$$

$$\frac{\partial p_b}{\partial r_d} \varphi_a(r_a) + \varphi'_a \frac{dr_a}{dr_d} p_b = \varphi'_b \frac{dr_b}{dr_d} = 0 \quad (3)$$

.....

Comme il y a (n-1) variables indépendants, les (3) seront (n-1)(n-2)

De l'estimation de la loi de demande, nous tirons la valeur des (n - 1) quantités

$$\frac{\partial p_b}{\partial r_b}, \frac{\partial p_c}{\partial r_c}, \dots, K \quad (4)$$

qui, si ajoutées aux (n-1)(n-2) équations déjà établies, nous donnent (n-1)² équations pour établir les n inconnues mentionnées. D'où nous tirons que si les marchandises sont au nombre de trois ou plus, il y a une ou plus équations excédentaires pour la solution du problème: au point de vue économique, il y a une incompatibilité entre les lois de demande et la formulation des degrés finals d'utilité⁹⁰. Tandis que si les marchandises ne sont qu'au nombre de deux,

il y a une inconnue de trop pour la détermination du problème: au point de vue économique, il faut fixer l'une de deux lois de demande⁹¹.

C'est bien l'étude de cette indétermination qui permet à Pareto de mettre à jour l'un des limites analytiques de l'hypothèse de l'*homo oeconomicus*, même dans cette forme d'hédoniste parfait qu'il a retenu.

En fait, pour parier sur cette indétermination il faut prendre en compte aussi une attitude consciencieuse du futur. Cela est fait en incluant dans le modèle l'épargne, conçu, à la Walras, en tant qu'une réduction de la consommation courante à fin de pourvoir aux aléas de la consommation future⁹².

Pareto⁹³ fait donc l'hypothèse qu'une partie de r_a (qu'il appelle s) est épargnée, ce qui modifie la (1) dans la

$$r_a + p_b r_b + p_c r_c + \dots = s \quad (1')$$

À la suite de cela, les variables indépendantes deviennent n (les r_a, r_b, \dots)⁹⁴, les équations (3) deviennent $n(n-1)$ pour déterminer encore les mêmes inconnues d'avant⁹⁵: le problème dans le cas de deux marchandises est alors résolu.

Toutefois⁹⁶, l'économie politique scientifique doit poursuivre la recherche jusqu'à obtenir la mesure des degrés finals d'utilité moyens des marchandises, chacun d'eux définissable comme le degré final auquel correspond la demande ou l'offre que la société fait de la marchandise considérée⁹⁷.

Aux notations déjà introduites, nous ajoutons alors les suivantes: les quantités échangées des n marchandises au niveau de la société sont représentées par r_a, r_b, r_c, \dots au niveau des θ particuliers 1,2... par $r_{1a}, r_{1b}, r_{1c}, \dots, r_{2a}, r_{2b}, r_{2c}, \dots$; les degrés finals d'utilité individuels pour chaque marchandise sont représentés par $\varphi_{1a}, \varphi_{1b}, \varphi_{1c}, \dots$ et les degrés finals d'utilité moyens (nous pourrions les appeler "sociaux") pour chaque marchandise par $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c, \dots$.

Nous avons les équations:

$$r_a = r_{1a} + r_{2a} + r_{3a} \dots$$

$$r_b = r_{1b} + r_{2b} + r_{3b} \dots (1'')$$

.....

Des équations (2), et compte tenu de la présence de n individus et θ marchandises, nous obtenons les $(n-1)(\theta-1)$ équations:

$$\frac{\varphi_{1b}}{\varphi_{1a}} = \frac{\varphi_{2b}}{\varphi_{2a}} = \frac{\varphi_{3b}}{\varphi_{3a}} = \dots$$

$$\frac{\varphi_{1c}}{\varphi_{1a}} = \frac{\varphi_{2c}}{\varphi_{2a}} = \frac{\varphi_{3c}}{\varphi_{3a}} = \dots (2')$$

.....

À ce point là, Pareto distingue le cas sans épargne (I) et celui avec épargne (II)⁹⁸.

I. Les contraintes budgétaires individuelles sont représentées par les θ :

$$r_{1a} + p_b r_{1b} + p_c r_{1c} + \dots = 0$$

$$r_{2a} + p_b r_{2b} + p_c r_{2c} + \dots = 0 \quad (1''')$$

.....

Nous aurons, ainsi, le système formé par les équations (1''), (1'''), (2'), au nombre donc de $n\theta+1$, pour déterminer les $n\theta$ inconnues $r_{1a}, r_{1b}, r_{1c}, \dots, r_{2a}, r_{2b}, r_{2c} \dots$

Si nous éliminons l'une de ses équations, le système devient déterminé et nous permet de tirer des (2') les prix, qui auront la forme

$$p_b = \frac{\varphi_{1b}(r_{1b})}{\varphi_{1a}(r_{1a})}; p_c = \frac{\varphi_{1c}(r_{1c})}{\varphi_{1a}(r_{1a})} \dots\dots (2'')$$

à l'évidence différente de la forme

$$p_b = \frac{\varphi_b(r_b)}{\varphi_a(r_a)}; p_c = \frac{\varphi_c(r_c)}{\varphi_a(r_a)} \dots\dots (2''')$$

qu'ils devraient avoir pour refléter les degrés finals d'utilité moyens.

II. Dès qu'au moins un individu (par exemple le numéro 1) épargne, les contraintes budgétaires courantes (1''') (c'est-à-dire non inter-temporelles) se réduiront aux $\theta-1$

$$\begin{aligned} r_{2a} + p_b r_{2b} + p_c r_{2c} + \dots\dots &= 0 \\ r_{3a} + p_b r_{3b} + p_c r_{3c} + \dots\dots &= 0 \quad (1'''') \\ \dots\dots\dots \end{aligned}$$

d'où le système formé par les équations (1''), (1''''), (2'), donc de $n\theta$, de même nombre que les inconnues $r_{1a}, r_{1b}, r_{1c}, \dots, r_{2a}, r_{2b}, r_{2c} \dots$

L'hypothèse que 1 fasse de l'épargne

$$r_{1a} + p_b r_{1b} + p_c r_{1c} + \dots\dots = s$$

implique que les quantités échangées par lui soient des variables indépendantes, ce qui implique encore que, dans les (1''), la r_a soit fonction de r_{1a} , la r_b soit fonction de r_{1b} etc.

Ces relations fonctionnelles entre r_a et r_{1a} , r_b et r_{1b} , etc, selon Pareto, permettent de remplacer, dans les équations précédentes

$$p_b = \frac{\varphi_{1b}(r_{1b})}{\varphi_{1a}(r_{1a})}; p_c = \frac{\varphi_{1c}(r_{1c})}{\varphi_{1a}(r_{1a})} \dots\dots (2'')$$

r_{1a} par r_a , r_{1b} par r_b etc ce qui donne lieu et à un changement de forme fonctionnelle inexplicé (de φ_{1a} à φ_a , φ_{1b} à φ_b etc) et, enfin, à une représentation des prix par le biais de la formule

$$p_b = \frac{\varphi_b(r_b)}{\varphi_a(r_a)}; p_c = \frac{\varphi_c(r_c)}{\varphi_a(r_a)} \dots\dots (2''')$$

Des équations (2''') nous obtenons les équations

$$\log p_b = \log \varphi_b - \log \varphi_a; \log p_c = \log \varphi_c - \log \varphi_a; \dots\dots (2'''').$$

La théorie du consommateur nous permet alors de poser les relations suivantes

$$\log p_b = M_0 + M_1 r_a + N_1 r_b + M_2 r_a^2 + P_2 r_a r_b + N_2 r_b^2 + \dots\dots (5')$$

$$\log \varphi_b = B_0 + B_1 r_b + B_2 r_b^2 + \dots\dots (5'')$$

$$\log \varphi_a = A_0 + A_1 r_a + A_2 r_a^2 + \dots\dots (5''')$$

.....
 Par interpolation, nous pouvons faire l'estimation statistique des coefficients de (5') (les $M_0, M_1, M_2, N_1, N_2, \dots$) et, ensuite, en égalisant les coefficients des $r_a, r_a^2 \dots r_b, r_b^2$ dans les équations (5'), (5''), (5'''), aboutir aux relations

$$B_0 - A_0 = M_0, B_1 = N_1, A_1 = -M_1, \dots$$

ce qui nous permet d'estimer ainsi les $\varphi_a, \varphi_b, \dots$ ⁹⁹

4.3. Contributions théorico-analytiques à partir du concept de degré final d'utilité

C'est à partir d'une connaissance non seulement qualitative mais aussi quantitative des degrés finals d'utilité qu'il sera alors possible de faire des déductions analytiques dont les aboutissements pourront enfin être comparés avec les faits¹⁰⁰. Jusqu'à ce que cette connaissance ne soit disponible, ces déductions, au fond, ne resteront que des exercices d'un intérêt plus formel que scientifique. Pareto lui aussi en propose trois de caractère novateur et qui concernent: une première étude des conditions de maximisation de l'utilité collective (§ 4.3.1), la détermination analytique de l'utilité marginale de la monnaie (§ 4.3.2) et de la loi de demande au cas où l'utilité marginale de la monnaie est variable (§ 4.3.3).

4.3.1. La maximisation de l'utilité sociale

Si nous remontons des degrés d'utilité moyens à l'utilité totale (sociale et toujours additive¹⁰¹), Pareto montre que la condition de premier ordre pour la maximisation de cette dernière est la

$$(\varphi_a + \lambda) \left(1 + p_b^2 \frac{\varphi_a'}{\varphi_b} + p_c^2 \frac{\varphi_a'}{\varphi_c} + \dots \right) = 0$$

Si $\varphi_a', \varphi_b', \dots$ ont toutes le même signe, le second terme aura, lui-même, un signe positif et donc il ne pourra pas avoir de racines réelles. Par contre le premier terme, où λ est le multiplicateur de Lagrange, indique que l'utilité sociale est maximisée lors que l'utilité marginale moyenne de la marchandise a (le numéraire) est constante dans le temps¹⁰². Il s'agit d'une approche "sociale" de l'étude du problème des conditions de maximisation du bien être *pour* la société que Pareto laissera tomber très vite: en 1894 déjà¹⁰³, il va entamer l'approche "individualiste" (c'est-à-dire, axé sur l'impossibilité de comparer les degrés finals d'utilité individuels) qui aboutira au concept de l'optimum économique parétien. Toutefois cette approche "sociale" va refaire surface lorsque, en 1913¹⁰⁴, Pareto va se pencher sur les conditions de maximisation du bien être *de* la société qui reposent sur une évaluation "sociale" des utilités individuelles faite non plus d'une manière statistique impossible et du reste théoriquement inutile¹⁰⁵ mais (d'une manière inévitablement arbitraire) par le gouvernement.

4.3.2. Variabilité théorique et constance pratique du degré final d'utilité de la monnaie

L'hypothèse de constance de l'utilité marginale de la monnaie avait été déjà traitée par Pareto dans son article sur Auspitz et Lieben¹⁰⁶. Ces derniers y avaient fait recours dans leur démonstration, d'équilibre partiel, selon laquelle le

passage de libre échange au protectionnisme douanier augmenterait le bien être du pays concerné. Pareto avait alors étendu le modèle walrassien au cas de deux pays et deux marchandises et par là avait démontré que la proposition de deux autrichiens n'est valable que dans le cas très particulier où l'effet du déplacement international de monnaie (dû à l'augmentation du tarif) sur les degrés finals d'utilité moyens de la monnaie des deux pays est petit¹⁰⁷.

Avec les "Considerazioni", par contre, c'est d'une manière déductive que Pareto veut démontrer la proposition, qu'il attribue à Walras¹⁰⁸, sur la nécessité théorique de considérer l'utilité marginale de la monnaie et tant que grandeur variable¹⁰⁹.

La quantité q_a de la marchandise-numéraire A (dont le degré final d'utilité est φ_a) permet l'achat des quantités r_b, r_c, \dots des marchandises B, C, ... dont les prix p_b, p_c soient constants et les degrés finals d'utilité soient $\varphi_b, \varphi_c, \dots$ ¹¹⁰. En équilibre, si φ_a est constante et égale à m , nous avons donc le système:

$$q_a = p_b q_b + p_c q_c \dots \dots (6)$$

$$m = \frac{\varphi_b}{p_b} = \frac{\varphi_c}{p_c} = \dots (7)$$

L'équation (7) permet donc d'exprimer, à la Marshall, les $r_b, r_c \dots$ en tant que fonctions des p_b, p_c, \dots et m , et aboutir, comme cela à la:

$$r_b = \psi_b(m p_b), r_c = \psi_c(m p_c) \dots (7')$$

qui, placée dans la (6), nous donne la:

$$q_a = p_b \psi_b(m p_b) + p_c \psi_c(m p_c) + \dots (6')$$

d'où nous tirons que la q_a n'est constante que si les

$$p_b r_b = p_b \psi_b(m p_b) = A_b, p_c r_c = p_c \psi_c(m p_c) = A_c \dots (6'')$$

le sont elles aussi. Ce résultat est obtenu sur la base des hypothèses faites concernant les $p_b, p_c \dots$ et la m , mais implique aussi que l'élasticité de la demande de toutes les marchandises b, c, ... soit unitaire. Comme ce cas n'arrive jamais, au niveau théorique le degré final d'utilité de la monnaie ne peut jamais être considéré constant¹¹¹: il devra, au contraire, être considéré comme fonction, nécessairement variable, des degrés finals d'utilité et des prix des marchandises achetées par le biais de la monnaie¹¹². Par contre, au niveau pratique, il y a beaucoup de cas où, comme le soutient Marshall, cette constance peut être admise¹¹³.

4.3.3. La relation entre les degrés finals d'utilité et les lois de demande et d'offre

Il appartient donc à une catégorie des problèmes d'importance épistémologique secondaire celle qui est peut-être la plus connue des contributions analytiques des "Considerazioni": il s'agit de la généralisation des relations entre les degrés finals d'utilité et les lois de demande et d'offre¹¹⁴, qui sera l'un de point du départ du fameux article de Slutsky¹¹⁵.

Dans le cas de n marchandises a,b,c... (dont la a est aussi le numéraire), aux degrés finals d'utilité $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c, \dots$ additifs et décroissants, Pareto décrit la situation d'équilibre du consommateur par le biais du système

$$p_a r_a + p_b r_b + \dots = 0 \quad (8)$$

$$m = \frac{\varphi_a}{p_a} = \frac{\varphi_b}{p_b} = \dots \quad (9)$$

qui nous permet, par le biais d'un long mais simple exercice de différentiation, d'aboutir à l'équation de la variation du degré final d'utilité de la monnaie

$$\frac{\partial m}{\partial p_a} = -\frac{r_a + \frac{\varphi_a}{p_a}}{T}$$

qui détermine les signes des équations qui définissent $\frac{\partial r_a}{\partial p_a}, \frac{\partial r_b}{\partial p_a}, \dots$

Si a est une marchandise offerte, le signe de $\frac{\partial r_a}{\partial p_a}$ est incertain, tandis que le signe des $\frac{\partial r_b}{\partial p_a}, \frac{\partial r_c}{\partial p_a}, \dots$ est toujours

positif en impliquant¹¹⁶ que, suite à l'augmentation de p_a , la quantité demandée des marchandises demandées augmente et la quantité offerte des marchandises offertes diminue. Au contraire, si a est une marchandise demandée,

suite de l'augmentation de p_a le signe de $\frac{\partial r_a}{\partial p_a}$ reste négatif, tandis que le signe des $\frac{\partial r_b}{\partial p_a}, \frac{\partial r_c}{\partial p_a}, \dots$ est incertain.

Et c'est encore une fois son choix épistémologique, notamment l'exigence mentionnée de faire recours à des hypothèses les plus proches possible de la réalité, qui suggère à Pareto que parmi les limites de son analyse il y a le fait d'ignorer l'effet que la variation du prix de a peut avoir sur le nombre des marchandises échangées.

5. Conclusions

Par rapport à l'économie mathématique de l'époque, les "Considerazioni" sont à la fois nouvelles et importantes. Des deux outils fondamentaux de la nouvelle école économique, l'usage des mathématiques comme le langage de la théorie et le recours à l'hypothèse hédoniste, Pareto ne retient que le premier, et en faisant reposer son utilité sur l'adoption de l'approche méthodologique correcte qui est, selon lui, celle expérimentale. Le second outil, par contre, est examiné en profondeur dans le but de vérifier si son concept clé, celui du degré final d'utilité, peut accéder à un statut scientifique. A côté de ces remarques tout à fait essentielles pour saisir le possible développement de l'économie mathématique, il y a toute une série de contributions analytiques, que Pareto construit à partir de ses importantes connaissances des mathématiques supérieures.

Par contre, durant cette période, la question du niveau d'abstraction admissible en économie pure, qui était l'enjeu du gros différend qui opposait Walras et Marshall-Edgeworth-Auspitz-Lieben, est négligée par Pareto qui préfère étudier les différents choix théoriques en présence à l'appui de son approche méthodologique.

Ensuite, et dès la seconde moitié de 1893 (lors que la dernière livraison des "Considerazioni" est sous presse), Pareto semble se rapprocher de Walras, en partie en raison de sa nomination à Lausanne, et d'afficher une certaine distance vis-à-vis d'Edgeworth.

Loin, pourtant, d'adhérer à la méthode walrassienne¹¹⁷ Pareto va régler ce problème du niveau d'abstraction en classant l'économie pure walrassienne en tant que cas limite, comme l'avait fait Edgeworth, mais qui représente aussi la "forme générale du phénomène économique" et donc la première des approximations nécessaires pour en saisir au moins une partie de la dimension concrète. Toutefois cette solution ne verra le jour que dans le *Cours d'économie politique*¹¹⁸.

Bibliographie

- Arena, R.-Quéré M.(2002), *The economics of Alfred Marshall*, London, Macmillan (sous presse).
- Auspitz, R.-Lieben R. (1889), *Untersuchungen ueber die Theorie des Preises*, Leipzig, Duncker u. Humblot.
- Auspitz, R.-Lieben R. (1890), *Correspondance*, "Revue d'économie politique", 599-605.
- Bain, A. (1873), *L'esprit et le corps : considérés au point de vue de leurs relations : suivis d'études sur les erreurs généralement répandues au sujet de l'esprit*, Paris, G. Baillièrè
- Bortkiewicz, L. (1891), "Léon Walras. Eléments d'économie politique pure, ou Théorie de la richesse sociale", *Revue d'économie politique*, 4, 80-86.
- Bouvier, A. (ed.) (1999), *Pareto aujourd'hui*, Paris, Presses Universitaires de France.
- Bridel, P. (1996), avec la collaboration de Baranzini, R., *Le chêne et l'architecte. Un siècle de comptes rendus bibliographiques des Eléments d'économie politique pure*, Genève, Droz.
- Bridel P.-Tatti E. (1999) (eds), *L'équilibre général entre économie et sociologie*, *Revue européenne des sciences sociales*, XXXVI(116).
- Bridel, P.- Huck E. (2002), "Yet Another Look at Léon Walras Theory of tâtonnement." *European Journal of the History of Economic Thought* (sous presse).
- Bruni, L. (1999), *Vilfredo Pareto. Alle radici della scienza economica del Novecento*, Firenze, Polistampa.
- Bruni, L.(2002), *Vilfredo Pareto and the birth of Modern Microeconomics*, Cheltenham, Elgar.
- Bruni, L.-Guala F. (2001), "Vilfredo Pareto and the epistemological foundations of choice theory", *History of Political Economy*, 21-49.
- Busino, G. (1973), "Il y a cinquante ans mourait Vilfredo Pareto... le fondateur de l'Ecole de Lausanne", *Uni-Lausanne*, 8, 10-13.
- Busino, G. (2000), "Pareto redivivo?" dans Malandrino C.- Marchionatti R. (2000) (eds), 1-24.
- Chipman, J. S. (1976). "The Paretian Heritage" *Revue européenne des sciences sociales*, XIV(37), 65-171.
- Edgeworth, F. Y. (1881), *Mathematical Psychics*, London, C.Kegan Paul and Co.
- Edgeworth, F. Y. (1889-a), "The mathematical theory of political economy" *Nature* 40, 5 september.
- Edgeworth, F. Y. (1889-b), "On the applications of mathematics to political economy" *Journal of the Royal Statistical Society*, 52, 538-576.
- Edgeworth, F. Y. (1890), "Review of Marshall's Principles of Economics" *Nature* 41, 14 august.
- Edgeworth, F. Y. (1891), "La théorie mathématique de l'offre et de la demande et le coût de production" *Revue d'économie politique* V(Janvier): 10-28.
- Edgeworth, F. Y. (1925), *Papers relating to political economy vol.II*, London, Macmillan.
- Fauci, R. (1997) (ed.), *History of Economic Ideas* V(3).
- Malandrino C.- Marchionatti R. (2000) (eds), *Economia, sociologia e politica nell'opera di Vilfredo Pareto* Firenze, Olschki.
- Marchionatti, R. (2002). "Dealing with complexity. Marshall and Keynes on the nature of economic thinking", dans Arena, R.-Quéré M. (2002).
- Marchionatti, R.- Gambino, E. (1997), "Pareto and Political Economy as a Science: Methodological Revolution and Analytical Advances in Economic Theory in the 1890s", *Journal of Political Economy*, 105(6), 1322-1348.
- Marshall, A. (1879), *The pure theory of foreign trade. The pure theory of domestic values*, Cambridge, privately printed.
- Marshall, A. (1890), *Principles of Economics*, London, MacMillan.
- Marshall, A. (1891), *Principles of Economics*, London, MacMillan.
- Mill, J.S. (1866), *Système de logique déductive et inductive. Exposé des principes de la preuve et des méthodes de recherche scientifique*, Paris, Librairie Philosophique de Ladrangè

- Mornati, F. (1997-a), *La formazione del pensiero di Vilfredo Pareto. dagli scritti giovanili al Cours d'économie politique*, Firenze, Università di Firenze-tesi di dottorato in storia delle dottrine economiche.
- Mornati, F. (1997-b), "The Pure Economics of Pareto before the Cours d'Économie Politique" dans Faucci, R. (1997) (ed.), 89-102.
- Mornati, F. (1999), *Le début des différends entre Pareto et Walras vu à travers leur correspondance et leurs ouvrages.1891-1893*, dans P. Bridel-E. Tatti (1999) (eds) , 261-275.
- Mornati, F. (2000), *Gustave de Molinari e Yves Guyot nella formazione del pensiero paretiano fino al Cours d'économie politique*, dans *Economia, sociologia e politica nell'opera di Vilfredo Pareto*, dans Malandrino C.-Marchionatti R. (2000) (eds), 247-271.
- Niehans J.-Jäggi S. (1995), "Auspitz and Lieben: The Appendices", *History of Political Economy*, pp.365-386.
- Pantaleoni, M. (1889), *Principii di economia pura*, Firenze, Barbera.
- Pareto, V. (1892-a), "Di un errore del Cournot nel trattare l'economia politica colla matematica." *Giornale degli Economisti*, 1-14.
- Pareto, V. (1892-b), "La teoria dei prezzi dei signori Auspitz e Lieben e le osservazioni del professore Walras", *Giornale degli Economisti*, 201-239.
- Pareto, V. (1892-c), "Considerazioni sui principi fondamentali dell'economia politica pura. I." *Giornale degli Economisti*, 390-420.
- Pareto, V. (1892-d), "Considerazioni sui principi fondamentali dell'economia politica pura II." *Giornale degli Economisti*, 485-512.
- Pareto, V. (1892-e), "Considerazioni sui principi fondamentali dell'economia politica pura III" *Giornale degli Economisti*, 119-157.
- Pareto, V. (1892-f), "Les nouvelles théories économiques. Lettres au directeur du "Monde économique", I.", *Le monde économique*, 85-86.
- Pareto, V. (1892-g), "Les nouvelles théories économiques. Lettres au directeur du "Monde économique", VI.", *Le monde économique*, 228-229.
- Pareto, V. (1892-h), "Sur les fonctions génératrices d'Abel: lettre adressée à M.L.Kroneker." *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 290-323.
- Pareto, V. (1893-a), "Considerazioni sui principi fondamentali dell'economia politica pura IV." *Giornale degli Economisti*, 1-37.
- Pareto, V. (1893-b), "Considerazioni sui principi fondamentali dell'economia politica pura V." *Giornale degli Economisti*, 279-321.
- Pareto, V. (1894), "Il massimo di utilità dato dalla libera concorrenza", *Giornale degli Economisti*, pp.48-66.
- Pareto, V. (1896-1897), *Cours d'Economie politique professé à l'Université de Lausanne*, Lausanne, François Rouge.
- Pareto, V. (1913), "Il massimo di utilità per una collettività in sociologia", *Giornale degli Economisti*, pp.338-341.
- Pareto, V. (1966), *Marxisme et économie pure*, Genève, Droz.
- Pareto, V. (1975), *Correspondance 1890-1923 (tome I 1890-1909)*, Genève, Droz.
- Pareto, V. (1980), *Ecrits sociologiques mineurs*, Genève, Droz.
- Pareto, V. (1982), *Ecrits d'économie politique pure*, Genève, Droz.
- Pareto, V. (1984), *Lettere a Maffeo Pantaleoni 1890-1923 (tome I 1890-1896)*, Genève, Droz.
- Pareto, V. (1987), *Statistique et économie mathématique*, Genève, Droz.
- Slutsky, E. (1915), "Sulla teoria del bilancio del consumatore" *Giornale degli Economisti* , LI(luglio), 1-25.
- Tarascio, V. J- Gross M. (1998), "Pareto's Theory of Choice", *History of Political Economy* 30(2), 171-187.
- Walker, D.A. (1996), *Walras's Market Model*. Cambridge, Cambridge University Press.
- Walras, L. (1889-a), "Théorème de l'utilité maximale des capitaux neufs", *Revue d'économie politique* , 3, 310-315.
- Walras, L., (1889-b), *Eléments d'économie politique pure, ou Théorie de la richesse sociale* Lausanne F.Rouge, Paris Guillaumin.
- Walras, L. (1890), "Observations sur le principe de la théorie du prix de MM. Auspitz et Lieben", *Revue d'économie politique*, 4, 320-323.
- Walras, L. (1965), *Correspondence of Léon Walras and related papers Vol. 2: 1884-1897* Amsterdam, North-Holland.
- Weber, C. E. (2001). "Pareto and the 53 Percent Ordinal Theory of Utility", *History of Political_Economy*, XXXIII(3), 541-576.

* Les deux auteurs remercient le professeur Pascal Bridel de l'Université de Lausanne pour avoir bien voulu commenter en profondeur les précédentes versions de cet article. Fiorenzo Mornati remercie le Fonds National

Suisse de la Recherche Scientifique (FNSRS) et l'International Centre for Economic Research (ICER) de Turin pour le généreux soutien financier reçu pendant cette recherche.

¹ Voir, notamment, Marchionatti, R.-Gambino E. (1997), Tarascio, V. J. -M. Gross (1998), Bruni, L.-Guala, F. (2001), Weber, C. E. (2001), et les recueils édités par Faucci (1997), Bouvier, A. (1999), Bridel P.- Tatti E. (1999), Malandrino C. - Marchionatti R. (2000), ce dernier avec une longue introduction par Giovanni Busino, Busino, G. (2000).

² Pareto, V. (1892-c-d-e, 1893-a-b), re-édités dans Pareto, V. (1982), pp.59-237.

³ Pareto, V. (1892-a), Pareto, V. (1892-b).

⁴ Chipman, J. S. (1976).

⁵ Marchionatti, R. and Gambino E. (1997).

⁶ Mornati, F. (1997-a).

⁷ Weber, C. E. (2001).

⁸ Walras, L. (1889-b).

⁹ Déjà publié auparavant sous forme de l'article, Walras, L. (1889-a).

¹⁰ Marshall, A. (1890), et Marshall, A. (1891).

¹¹ Edgeworth, F. Y. (1890).

¹² Auspitz, R.-L. R. (1889).

¹³ Edgeworth, F. Y. (1881) et Edgeworth, F. Y. (1889-b).

¹⁴ Comme il le dit dans une lettre à Walras du 19 septembre 1889, Walras, L. (1965), p.355.

¹⁵ Marshall, A. (1890), p.781. En anticipant sur ce que nous dirons plus loin, nous signalons que Pareto se range (sans s'en apercevoir) à cet argument spécifique lorsqu'il dit (Pareto, V. (1892-c), p.399 et Pareto, V. (1892-d), p.501, re-édités dans Pareto, V. (1982), pp.69, 107) que l'usage de la méthode mathématique doit être fait avec beaucoup des ménagements parce que, au fur et mesure que la chaîne des déductions se prolonge, le raisonnement devient un tout logique et cohérent où, partant, il est difficile d'évacuer les éventuelles propositions erronées. Par contre, la logique usuelle, le "trained common sense" à Marshall (voir Marchionatti, R. (2002), permet d'examiner toutes les propositions produites par le raisonnement et de les modifier, voir de les écarter si elles ne nous semblent pas conformes à la vérité.

¹⁶ Edgeworth, F. Y. (1889-b), p.551.

¹⁷ Edgeworth, F. Y. (1889-b), p.546.

¹⁸ Edgeworth, F. Y. (1889-a). Sur le débat suscité par la parution de la deuxième édition de l'*opus magnum* walrassien, voir Bridel, P. (1996), pp.247-382.

¹⁹ Tout récemment la question de l'appréciation analytique du tâtonnement, essentielle pour juger de la cohérence de l'équilibre général walrassien, a fait l'objet d'un intéressant débat d'histoire de l'analyse, voir notamment Bridel, P.-Huck E. (2002) et Walker, D.A. (1996).

²⁰ Edgeworth critiquait aussi l'attitude affichée par Walras concernant la théorie de la capitalisation, un point qui ne nous occupera pas dans notre papier.

²¹ Lettre à Luigi Perozzo du 13 octobre 1889, Walras, L. (1965), pp.358-359.

²² Lettre à Maffeo Pantaleoni du 5 janvier 1890, Walras, L. (1965), pp.384-387.

²³ Dans une lettre à Charles Gide du 3 novembre 1889, Walras, L. (1965), p.370.

²⁴ Borkiewicz, L. (1891).

²⁵ Edgeworth, F. Y. (1891).

²⁶ Edgeworth, F. Y. (1925), pp. 310-311.

²⁷ Pour une synthèse moderne de la partie mathématique de ce livre, voir Niehans J.-Jäggi S. (1995).

²⁸ Marshall, A. (1890), notamment le chapitre V, et Marshall, A. (1879).

²⁹ Lettre à Maffeo Pantaleoni du 5 janvier 1890, Walras, L. (1965), pp.384-387.

³⁰ Walras, L. (1890).

³¹ Auspitz, R.-Lieben R. (1890).

³² Mornati, F. (2000) présente une analyse détaillée des rapports intellectuels complexes et importants entre Pareto et de Molinari.

³³ L'activité politique parétienne, dense et très importante, de la période est reconstruite par Mornati, F. (1997-a).

³⁴ Pantaleoni, M. (1889).

³⁵ Un traitement plus détaillé du début des relations entre Pareto et Walras est présenté par Mornati, F. (1999).

³⁶ Sur cette interprétation des articles parétiens d'économie pure contemporaines autres que les *Considerazioni* en tant que recyclage libre-échangiste de l'économie pure walrassienne voir Mornati, F. (1997-b). Nous ne

partageons donc pas l'interprétation de Busino, G. (1973), notamment p.11, selon laquelle l'économie pure serait, pour Pareto, un baume appliqué à ses déceptions politiques.

³⁷ En 1892, il est encore en mesure de publier, dans l'important *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Pareto, V. (1892-h), re-édité dans Pareto, V. (1987), pp.31-64, un article de mathématique pure, consacré aux fonctions génératrices d'Abel.

³⁸ Mornati est en train de reconstruire la formation de l'épistémologie de Pareto sur la base des toute la littérature primaire, de la lecture de J.S.Mill (son point de repère principal, mais pas unique, en matière) et de l'étude des travaux de ses maîtres à la Faculté des sciences physiques, mathématiques et naturelles et à l'Ecole d'application pour ingénieurs à Turin.

³⁹ Pareto, V. (1892-c), p.392 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.62.

⁴⁰ Pareto, V. (1896-1897), §1.

⁴¹ Pareto, V. (1892-c), p.391 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.61 et Pareto, V. (1892-e), p.139 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.139.

⁴² Pareto, V. (1892-c), p.407 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.77.

⁴³ Pareto, V. (1892-e), p.145 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.145 et lettre à Pantaleoni du 14 août 1892, Pareto, V. (1984), p.275.

⁴⁴ Pareto, V. (1892-c), pp.397-398 re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.67-68.

⁴⁵ Dont il cite, dans Pareto, V. (1892-c) *passim*, une traduction italienne. Il s'agit sans doute d'un *lapsus stili* (car la première traduction italienne de la *Logique* millienne n'est que de 1968): fort probablement il se réfère à Mill, J.S. (1866), dont un exemplaire est conservé, sans annotations (*more solito paretiano!*), au Fonds Pareto de la Bibliothèque Cantonale et Universitaire de Lausanne.

⁴⁶ Dont Pareto, V. (1892-d), p.503¹, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.109¹, cite la traduction française Bain, A. (1873).

⁴⁷ Pareto, V. (1892-d), p.503 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.109.

⁴⁸ Lettre à Pantaleoni du 6 juillet 1892, Pareto, V. (1984), p.240.

⁴⁹ Pareto, V. (1896-1897), §34.

⁵⁰ Pareto en fait la recension critique. La méthode empirique (Mill, J.S.(1866), livre VI, chapitre VII) même en remplissant le rôle essentiel de vérifier les propositions produites par les autres méthodes (Pareto, V. (1892-c), p.406, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.76) ne peut qu'aboutir à des propositions qui ne représentent que la première, aussi si importante, phase de la démarche menant à la découverte des vérités nouvelles. De son côté, la méthode géométrique ou abstraite (qui est bien celle de Walras, selon Pareto, V. (1892-c), pp.394-395, réédité dans Pareto, V. (1982), pp.64-65), qui pose des axiomes d'où elle déduit comment les phénomènes doivent suivre (Mill, J.S.(1866), livre VI, chapitre VIII) semble à Pareto, V. (1892-c), p.406 (re-édité dans Pareto, V. (1982), p.76) encore plus fallacieuse de la précédente, du fait de son choix de ne pas soumettre ses propositions au banc d'essai de l'expérience.

⁵¹ Exposée dans Mill, J.S.(1866), livre VI, chapitre IX.

⁵² Pareto, V. (1892-c), p.396, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.66, et Pareto, V. (1892-f), pp.13-14 re-édité dans Pareto, V. (1966), pp.17-18.

⁵³ Pareto, V. (1892-a), p.12 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.16 et Pareto, V. (1892-c), p.393 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.63. Edgeworth, par contre, soutient bel et bien, contre J.S.Mill et Comte et en partageant l'avis de Cournot, que le calcul infinitésimal peut être appliqué aux sciences sociales pour les raisons suivantes: dès que ces sciences s'occupent des relations quantitatives non numériques poursuivant un maximum, Edgeworth, F. Y. (1881) pp.1-5, 7, dès que la physique s'occupe de ce maximum d'énergie qui est le dual (c'est à dire correspond dans la réalité) de ce maximum de plaisir qui est bien l'objet d'étude des sciences sociales Edgeworth, F. Y. (1881), pp.8,13. Pareto, V. (1892-e), p.137, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.137 ne s'exprime pas sur la seconde raison tandis qu'il partage la première, mais en remarquant l'importance de pouvoir estimer quantitativement aussi les relations susmentionnées,.

⁵⁴ Pareto avait déjà creusé ce sujet dans ses deux premiers articles d'économie pure. Dans Pareto, V. (1892-a), il partageait l'idée de Cournot, selon laquelle il y a toujours quelques avantages à tirer du recours à la formalisation lors de la discussion des questions complexes. Il estimait toutefois que Cournot même avait échoué en traitant la question de la protection douanière (Pareto, V. (1892-a), pp.8,12-14 re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.12, 16-18) en faisant trop confiance à la rigueur seulement apparente apportée par les mathématiques lors qu'elles sont appliquées à partir de prémisses incertaines, comme cela est bien plus fréquent en économie qu'en mécanique ou en astronomie. Et dans Pareto, V. (1892-b), p.210, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.28, il rajoute qu'une théorie non vraie (toujours dans le sens indiqué dans le texte) nuit à la science, *a fortiori* si cette théorie est simple et élégante.

⁵⁵ Lettre à Pantaleoni du 3 octobre 1891, Pareto, V. (1984), p.70 et du 9 décembre 1891, Pareto, V. (1984), p.111

- ⁵⁶ Mill, J.S.(1866), livre II, chapitre V, §1.
- ⁵⁷ Lettre à Pantaleoni du 31 mai 1893, Pareto, V. (1984), p.382 et Pareto, V. (1893-b), pp.302-304, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.218-220.
- ⁵⁸ Pareto, V. (1892-c), p.392 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.62.
- ⁵⁹ Pareto, V. (1892-c), p.389 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.59 et Pareto, V. (1896-1897), p.III.
- ⁶⁰ Pareto, V. (1892-c), p.408 re-édité dans Pareto, V. (1982), p.78.
- ⁶¹ Pareto, V. (1892-e), p.149¹ re-édité dans Pareto, V. (1982), p.149¹.
- ⁶² Lettre à Pantaleoni du 9 décembre 1891, Pareto, V. (1984), p.114.
- ⁶³ Lettres à Pantaleoni du 8 juillet 1891, Pareto, V. (1984), p.45 et à Walras du 21 septembre 1891, Pareto, V. (1975), pp.166-167.
- ⁶⁴ Lettre à Pantaleoni du 8 juillet, 3 octobre et 9 décembre 1891, Pareto, V. (1984), pp.45-49, 65-67, 109-118.
- ⁶⁵ Lettre à Pantaleoni du 7 octobre 1891, Pareto, V. (1984), pp.72-73.
- ⁶⁶ Lettre à Pantaleoni du 1^{er} janvier 1892, Pareto, V. (1984), p.146.
- ⁶⁷ Par le biais de Pareto, V. (1892-b), lettre à Pantaleoni du 25 décembre 1891, Pareto, V. (1984), p.129.
- ⁶⁸ Après avoir affirmé que “Sul grado finale di utilità vi sono ancora punti intorno ai quali veggio come una sottile nebbia”, lettre à Pantaleoni du 17 février 1892, Pareto, V. (1984), p.183, Pareto décrit cette première livraison comme un exposé de ses convictions concernant la méthode visées à mettre en évidence “il concetto che mi muove”, lettre à Pantaleoni du 4 mars 1892, Pareto, V. (1984), p.193.
- ⁶⁹ Lettre à Walras du 20 mars 1892, Pareto, V. (1975), p.184.
- ⁷⁰ Lettre à Pantaleoni du 3 juillet 1892 Pareto, V. (1984), p.236.
- ⁷¹ “La scienza economica matematica nasce ora. Nessuna meraviglia che sia ancora poco precisa. Così è accaduto di tutte le scienze”, lettre à Pantaleoni du 6 juillet 1892, Pareto, V. (1984), p.240.
- ⁷² Lettre à Pantaleoni du 28 août 1892, Pareto, V. (1984), p.276.
- ⁷³ “J’ai lu [vos articles] ... avec le plus grand plaisir, ils sont certainement ce que j’ai rencontré de plus sérieux et de plus fort jusq’ici en fait d’économie politique mathématique. Ils m’ont fait goûter pour la première fois la satisfaction d’apprendre des vérités économiques que je n’avais pas eu la peine de chercher moi-même”, lettre de Walras à Pareto du 18 octobre 1892, Walras, L. (1965), pp.509-510.
- ⁷⁴ Un fait non négligeable dès qu’il signifiait la désapprobation des *économistes*, qui avaient soutenu l’entrée de Pareto, encore un parfait inconnu, dans l’importante reprise du débat international sur le clivage entre le protectionnisme et le libre-échange.
- ⁷⁵ Lettre à Walras du 22 janvier 1893, Pareto, V. (1975), p.208.
- ⁷⁶ Un exemple important à l’appui de cette thèse est que Pareto, lettre à Pantaleoni du 17 octobre 1892, Pareto, V. (1984), p.301, estime ingénieuses mais peu novatrices les *Mathematical Investigations* de Fisher.
- ⁷⁷ Pareto, V. (1892-c), p.407, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.77.
- ⁷⁸ Pareto, V. (1892-c), p.410, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.80.
- ⁷⁹ Pareto, V. (1892-c), p.410, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.80.
- ⁸⁰ Pareto, V. (1892-c), pp.417-418, re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.87-88.
- ⁸¹ Pareto, V. (1892-c), p.418, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.88 écrit: “Crediamo che sia errata la proposizione per la quale i teoremi della scienza pura avrebbero un valore assoluto sia pure solo per perfetti edonisti. Potrebbero al più reggere le azioni di perfetti edonisti, che siano ad un tempo perfettamente previdenti e perfettamente ragionevoli. Ora, quando si tratta di fenomeni economici, ci pare che il supporre gli uomini perfetti edonisti ci discosti pochissimo dal fenomeno reale, ma non così se si supponessero interamente previdenti e ragionevoli”.
- ⁸² Pareto, V. (1892-c), p.84, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.414.
- ⁸³ Pareto, V. (1892-c), pp.415-416, re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.85-86.
- ⁸⁴ Pareto, V. (1892-e), p.136, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.136.
- ⁸⁵ Pareto, V. (1892-e), p.137, re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.135, 137.
- ⁸⁶ Pareto, V. (1892-e), p.135², re-édité dans Pareto, V. (1982), p.135².
- ⁸⁷ Pareto, V. (1892-e), pp.126-127, re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.126-127.
- ⁸⁸ Comme nous l’avons rappelé au § 2, comme n’importe quelle sciences, l’économie politique ne s’occupe pas des phénomènes individuelles mais seulement des phénomènes moyens (dans son cas, sociaux).
- ⁸⁹ Si dans la (1) nous fixons n-1 des r, la r restante doit évidemment prendre la valeur qui respecte la contrainte budgétaire.
- ⁹⁰ Pareto, V. (1892-e), p.129 et Pareto, V. (1893-b), p.299, re-édités dans Pareto, V. (1982), pp.129, 215.
- ⁹¹ Pareto, V. (1892-e), p.129, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.129.
- ⁹² Pareto, V. (1892-e), p.130, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.130.

-
- ⁹³ Pareto, V. (1892-e), p.131, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.131.
- ⁹⁴ Comme la (1') est satisfaite par un nombre infini des n-plet des valeurs des toutes les r.
- ⁹⁵ Les (4) ne sont plus considérées, sans une raison explicite.
- ⁹⁶ Pareto, V. (1892-e), p.145, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.145.
- ⁹⁷ Pareto, V. (1892-e), p.144, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.144.
- ⁹⁸ Pareto, V. (1892-e), pp.145-147, re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.145-147.
- ⁹⁹ Au moins des premiers coefficients, B_0 et A_0 dont nous ne connaissons que la différence M_0 . Donc nous pouvons fixer, dans le respect de la contrainte $B_0 - A_0 = M_0$, B_0 et A_0 ce qui équivaut, au point de vue économique, à fixer, dans une manière inévitablement arbitraire, l'unité de mesure des $\varphi_a, \varphi_b, \dots$, Pareto, V. (1892-e), p.135, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.135. Comme toute l'analyse ne concerne qu'une fonction d'utilité additive, dans la (5') les coefficients des produits des r sont nuls.
- ¹⁰⁰ Pareto, V. (1892-e), p.157, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.157.
- ¹⁰¹ Pareto, V. (1892-e), p.152, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.152.
- ¹⁰² Pareto, V. (1892-e), pp.151-155, re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.151-155.
- ¹⁰³ Pareto, V. (1894), re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.276-294.
- ¹⁰⁴ Pareto, V. (1913), re-édité dans Pareto, V. (1980), pp.601-605.
- ¹⁰⁵ Pareto, à la fin de siècle, était passé à la théorie du choix, voir Marchionatti, R.- Gambino, E. (1997), Bruni, L. (1999) et Bruni, L. (2002).
- ¹⁰⁶ Pareto, V. (1892-b), re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.19-57.
- ¹⁰⁷ Pareto, V. (1892-b), re-édité dans Pareto, V. (1982), notamment p.44.
- ¹⁰⁸ Lettre à Walras du 20 mars 1892, Pareto, V. (1975), p.184.
- ¹⁰⁹ Dans ce sens-là, nous ne pouvons pas partager l'avis de Jaffé selon lequel la démonstration présente dans les "Considerazioni", Walras, L. (1965), p. 491, ferait état d'un changement substantiel dans l'attitude de Pareto vis-à-vis de celle affichée dans Pareto, V. (1892-b). La nouvelle démonstration n'est qu'un peaufinement méthodologique de la précédente.
- ¹¹⁰ Pareto, V. (1892-d), p.493, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.99.
- ¹¹¹ Pareto, V. (1892-d), pp.493-494, re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.99-100.
- ¹¹² Pareto, V. (1892-d), pp.490-491, re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.96-97.
- ¹¹³ Pareto, V. (1892-d), p.496, re-édité dans Pareto, V. (1982), p.102.
- ¹¹⁴ Pareto, V. (1892-e), pp.120-124, re-édité dans Pareto, V. (1982), pp.120-124.
- ¹¹⁵ Slutsky, E. (1915), notamment la note * à la p.12.
- ¹¹⁶ Pour les marchandises autres que a .
- ¹¹⁷ Lettres à Walras du 2 août et 6 septembre 1893 Pareto, V. (1975), pp.226-227, 230.
- ¹¹⁸ Pareto, V. (1896-1897) § 35.